

初期宇宙とエンタングルメント

名古屋大学 南部保貞

談話会@九州大学 2020/10/6

Contents

- Introduction
- Entanglement in Cosmic Inflation
- Qubit Model of Inflation
- Summary

宇宙論とは？

- 宇宙の形：空間は一様等方（最大対称空間）
コペルニクス原理

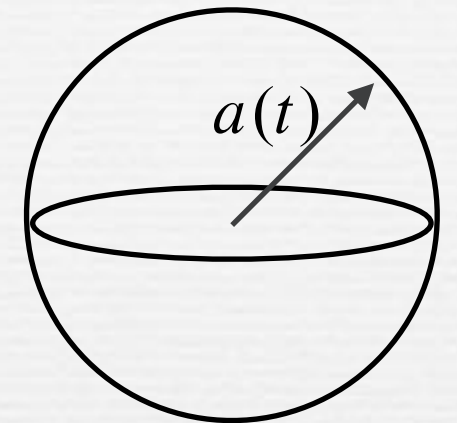
力学変数

球面の大きさ $a(t)$

scale factor

球面 平面 双曲面

$$S^3, R^3, H^3$$



- 宇宙の進化：重力の法則

- Einstein方程式 (Friedman方程式)

$$\left(\frac{\dot{a}}{a}\right)^2 + \frac{k}{a^2} = \frac{8\pi G}{3}\rho$$

幾何学

エネルギー密度

$$k = \begin{cases} +1 & S^3 \\ 0 & R^3 \\ -1 & H^3 \end{cases}$$

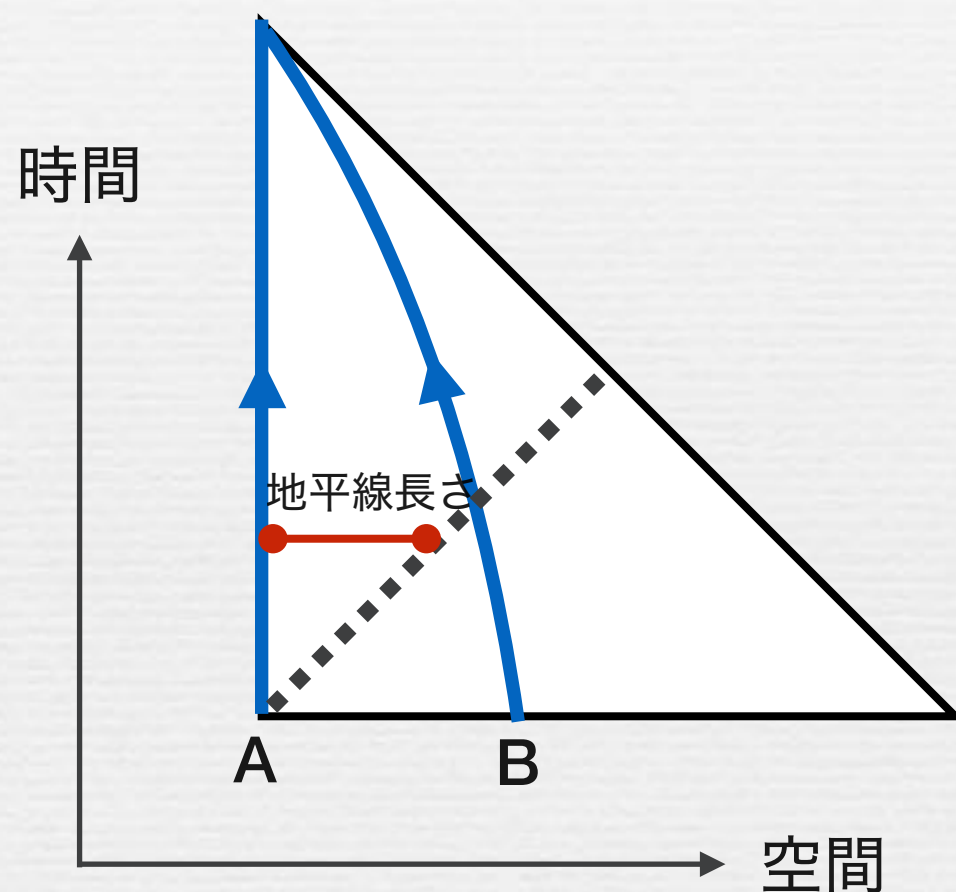
- 物質の運動方程式（流体など） $\rho(a)$

膨張宇宙の解 $\dot{a} > 0$ $\begin{cases} \ddot{a} < 0 & \text{減速膨張} & \text{輻射 物質} \\ \ddot{a} > 0 & \text{加速膨張} & \text{真空のエネルギー 宇宙項} \end{cases}$

膨張則と時空構造

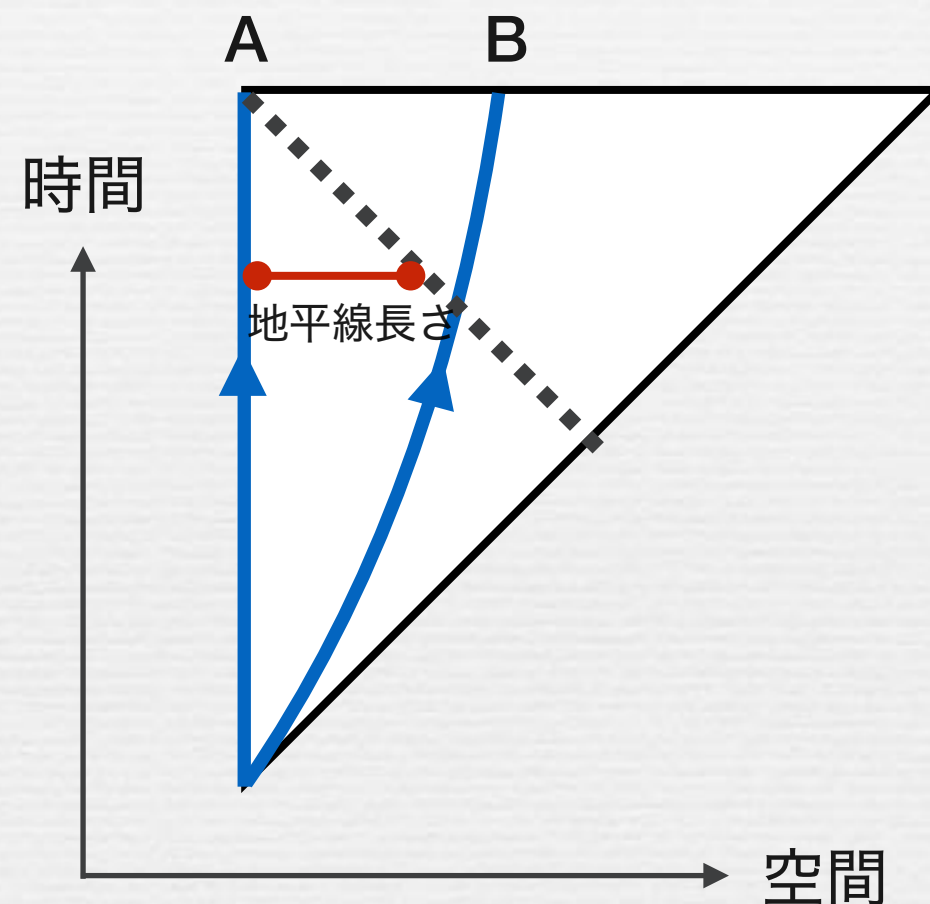
A B
 2点間距離 $r_p \propto a(t)$

- 減速膨張宇宙 物質優勢
 $a \propto t^{2/3}$



地平線長さ (ハッブル長さ)
 $H^{-1} \propto t$

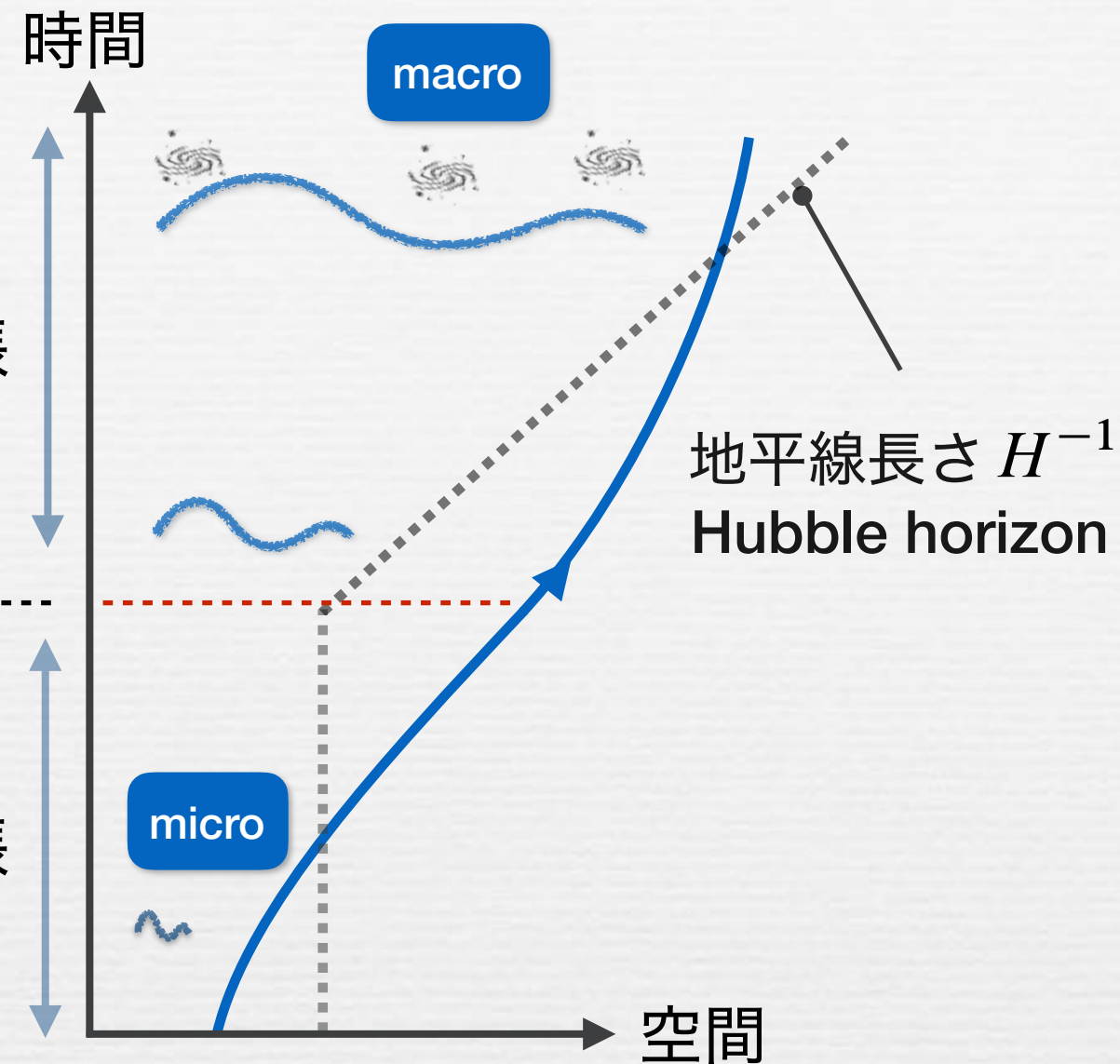
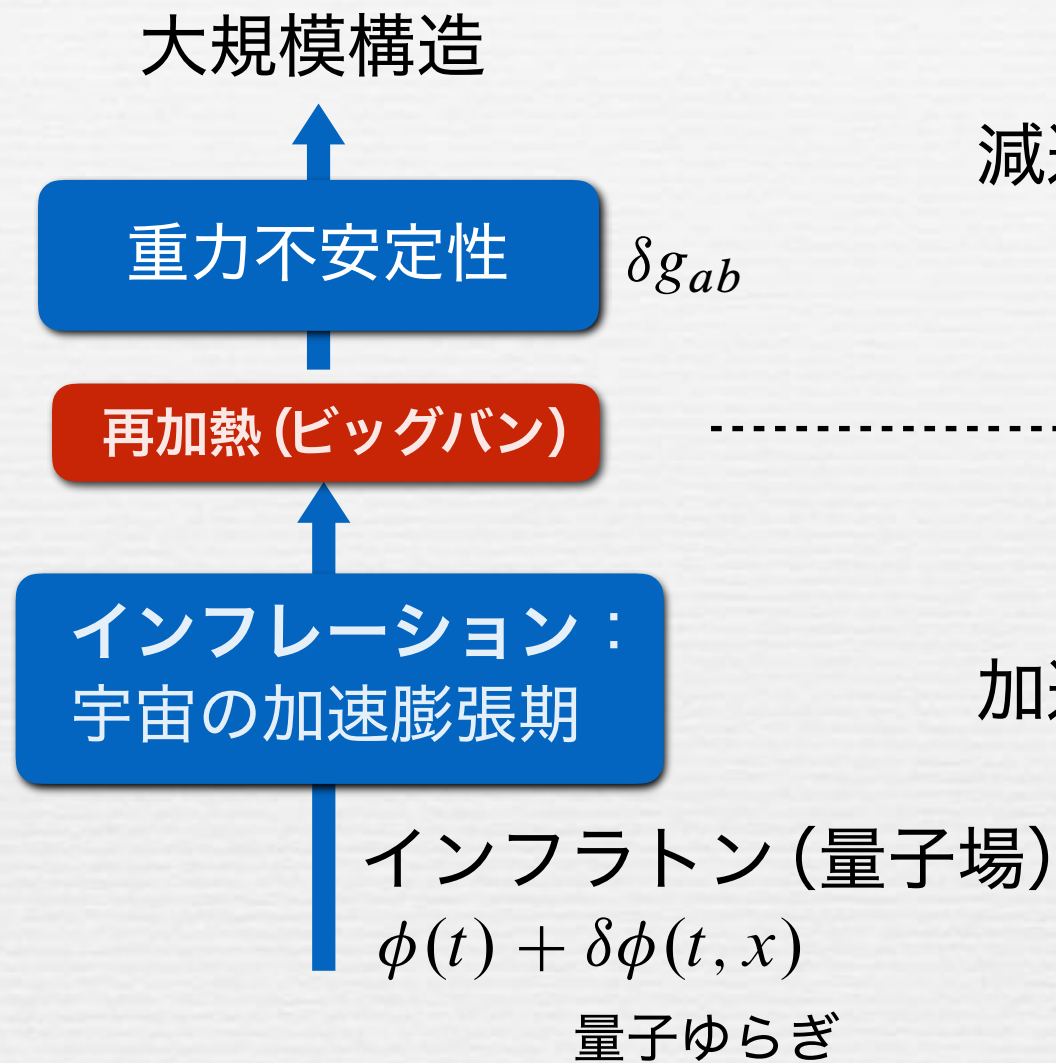
- 加速膨張宇宙 真空エネルギー優勢
 $a \propto \exp(H t)$ インフレーション



地平線長さ (ハッブル長さ)
 $H^{-1} = \text{const.}$

ハッブル パラメータ $H := \frac{\dot{a}}{a}$

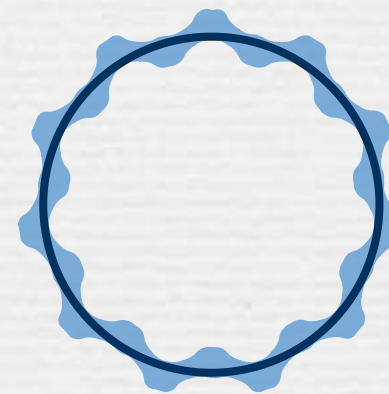
宇宙の構造形成のシナリオ



どれだけ加速膨張したか？

時間 10^{-36} - 10^{-34} s の間に $e^{60} = 10^{24}$ 倍程度

0.1mm $\Rightarrow$ 銀河系



エネルギー密度
曲率のゆらぎ

インフレーションは構造形成に必要な
ゆらぎの種を準備する

膨張宇宙での量子効果

- 量子場 (スカラー場, 電磁場, 重力波など)

$$\hat{\phi}(\eta, \mathbf{x}) = \int \frac{d^3k}{(2\pi)^{3/2}} \hat{\phi}_{\mathbf{k}}(\eta) e^{i\mathbf{k}\cdot\mathbf{x}}$$

$$\hat{\phi}_{\mathbf{k}} = \frac{1}{\sqrt{2k}} (\hat{c}_{\mathbf{k}} + \hat{c}_{-\mathbf{k}}^\dagger)$$

$$\hat{p}_{\mathbf{k}} = i \sqrt{\frac{k}{2}} (\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger - \hat{c}_{-\mathbf{k}})$$

Hamiltonian

$$\hat{H} = \int d^3k \left[\frac{k}{2} (\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{c}_{\mathbf{k}} + \hat{c}_{\mathbf{k}} \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger) + i \frac{a'}{a} (\hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger \hat{c}_{-\mathbf{k}}^\dagger - \hat{c}_{\mathbf{k}} \hat{c}_{-\mathbf{k}}) \right]$$

squeezing op: $\mathbf{k}, -\mathbf{k}$ 間のエンタングルメントを生成

Bogoluibov変換

$$\begin{pmatrix} \hat{c}_{\mathbf{k}}(\eta) \\ \hat{c}_{-\mathbf{k}}^\dagger(\eta) \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \alpha_k & \beta_k \\ \beta_k^* & \alpha_k^* \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \hat{c}_{\mathbf{k}}(\eta_0) \\ \hat{c}_{-\mathbf{k}}^\dagger(\eta_0) \end{pmatrix}$$

$$\alpha_k = \cosh r_k, \quad \beta_k = \sinh r_k$$

$$\text{粒子数 } \langle \hat{c}_{\mathbf{k}}^\dagger(\eta) \hat{c}_{\mathbf{k}}(\eta) \rangle = |\beta_k|^2$$

$$|\psi\rangle = \frac{1}{\cosh r_k} \sum_{n=0}^{\infty} (\tanh r_k)^n |n_{\mathbf{k}}\rangle \otimes |n_{-\mathbf{k}}\rangle$$

squeezing parameter
 $r_k \sim 100$ 程度

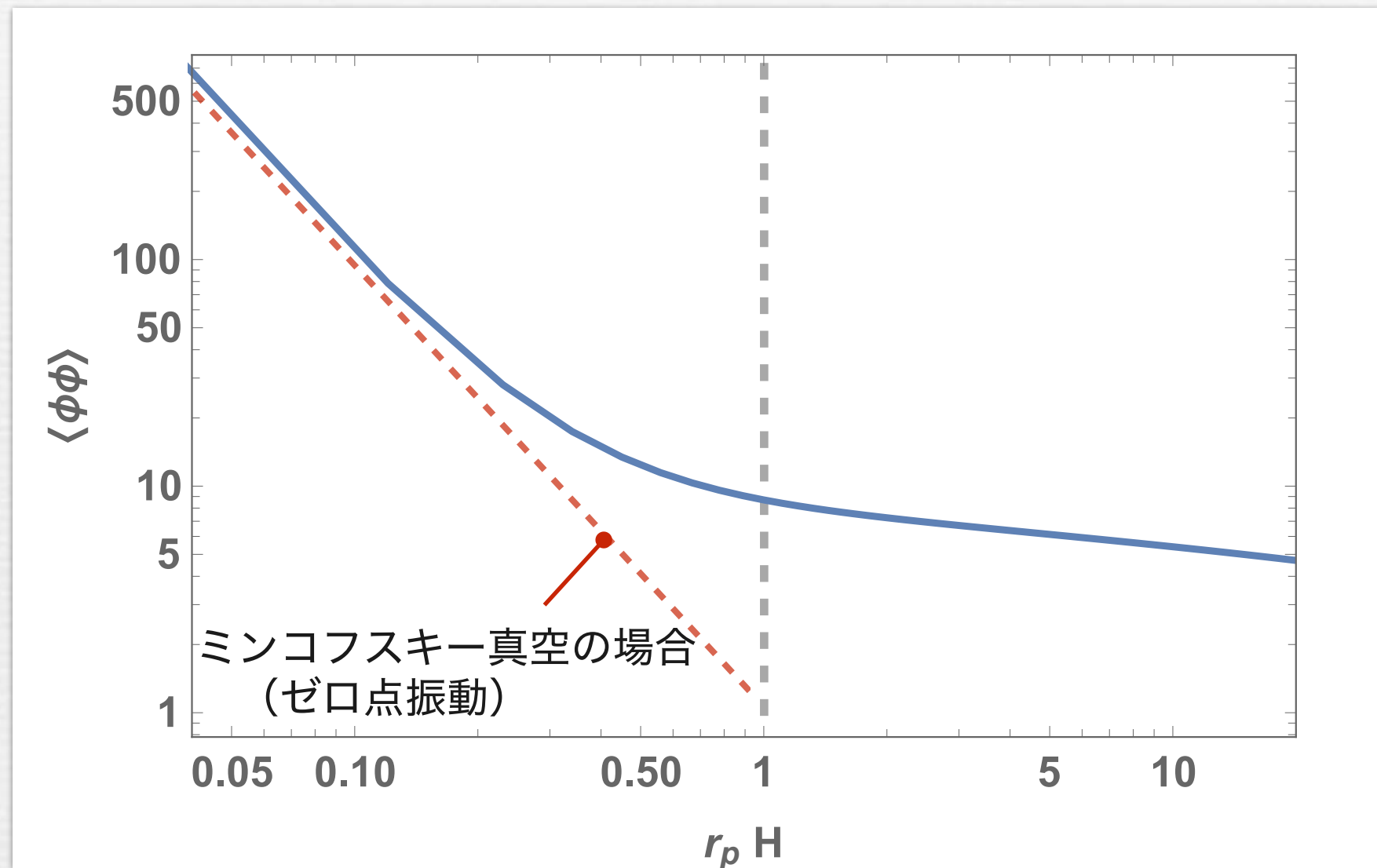
加速膨張によって真空状態は
2 mode squeezed state になる

$r \rightarrow \infty$ で EPR 状態

de Sitter時空上の場の2点相関関数

massless minimal scalar

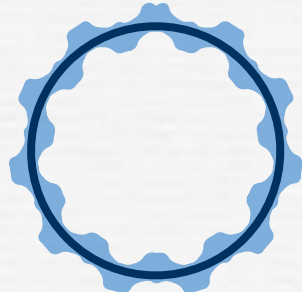
$$\langle \delta\phi(x_1)\delta\phi(x_2) \rangle = \frac{\hbar}{4\pi^2 r_p^2} - \frac{\hbar H^2}{4\pi^2} \log(Hr_p) + \frac{\hbar H^3 t}{4\pi^2}$$



$$\uparrow \langle \delta\phi^2 \rangle \sim \hbar H^2$$

インフレーション膨張は large scale $r_p > H^{-1}$ の量子ゆらぎを生み出す
急激な膨張による 粒子生成 squeezing

ゆらぎの古典性

$$\underbrace{\langle |\hat{\mathcal{R}}_k|^2 \rangle}_{\text{曲率ゆらぎ}} \sim \left(\frac{H}{\dot{\phi}} \right)^2 \times \underbrace{\langle |\delta\hat{\phi}_k|^2 \rangle}_{\text{量子ゆらぎ}} \quad \langle \delta\hat{\phi}_k \delta\hat{\phi}_k^\dagger \rangle \sim \hbar \frac{H^2}{k^3}$$


- 量子論の期待値を古典論の構造形成の初期値として用いる

古典化の仮定

$$\underbrace{\langle \hat{\mathcal{R}} \hat{\mathcal{R}} \rangle}_{\hat{\mathcal{R}} \text{ 量子力学的変数}} \quad \rightarrow \quad \begin{array}{l} \langle \dots \rangle \text{ を統計平均と読み直す} \\ \text{c 数のrandom Gaussian variable} \end{array}$$

量子論の期待値を再現する古典確率分布の存在を仮定

- 量子起源のゆらぎを古典ゆらぎとみなして良い条件

ゆらぎの相関を再現する局所的確率分布が存在する
Local hidden variable (LHV) theoryで記述できる
 $\rightarrow$ Bell不等式を満たす
2体系に関してはseparableであることと同値
(2体間エンタングルがない)

古典ゆらぎを用いて構造形成を説明したいのだが作られるゆらぎは量子的

Entanglement in Cosmic Inflation

2体間エンタングルメント

 $\hat{\rho}_{AB}$

A

B

- 2 体系に対して

- 状態がseparable

$$\longleftrightarrow \hat{\rho}_{AB} = \sum_j w_j \hat{\rho}_A^j \otimes \hat{\rho}_B^j, \quad \sum_j w_j = 1, \quad w_j \geq 0$$

古典相関

- このように表せないとき, A, Bはentangleしているとよぶ

- Entanglementの判定条件

Bに対する部分転置 $\tilde{\rho}_{AB}$ **PPT criterion**

(positive partial transpose) A. Peres 1996

 $\tilde{\rho}_{AB}$ が負の固有値を持つ $\hat{\rho}_{AB}$ is entangled**Negativity**

$$\mathcal{N} = \frac{1}{2} \left(\sum_j |\tilde{\lambda}_j| - 1 \right)$$

 $\tilde{\lambda}_i$: $\tilde{\rho}_{AB}$ の固有値 $\sum_i \tilde{\lambda}_i = 1$ $\mathcal{N} > 0 \rightarrow \rho_{AB}$ is entangled

2x2, 2x3-dim

Gaussian state

1x1 modes, 1xN modes

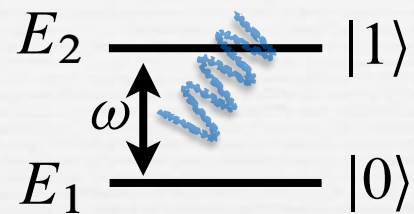
必要十分

Large Scale Entanglement during Inflation

場のentanglementをdetector (qubit)間のentanglementを通して読み取る

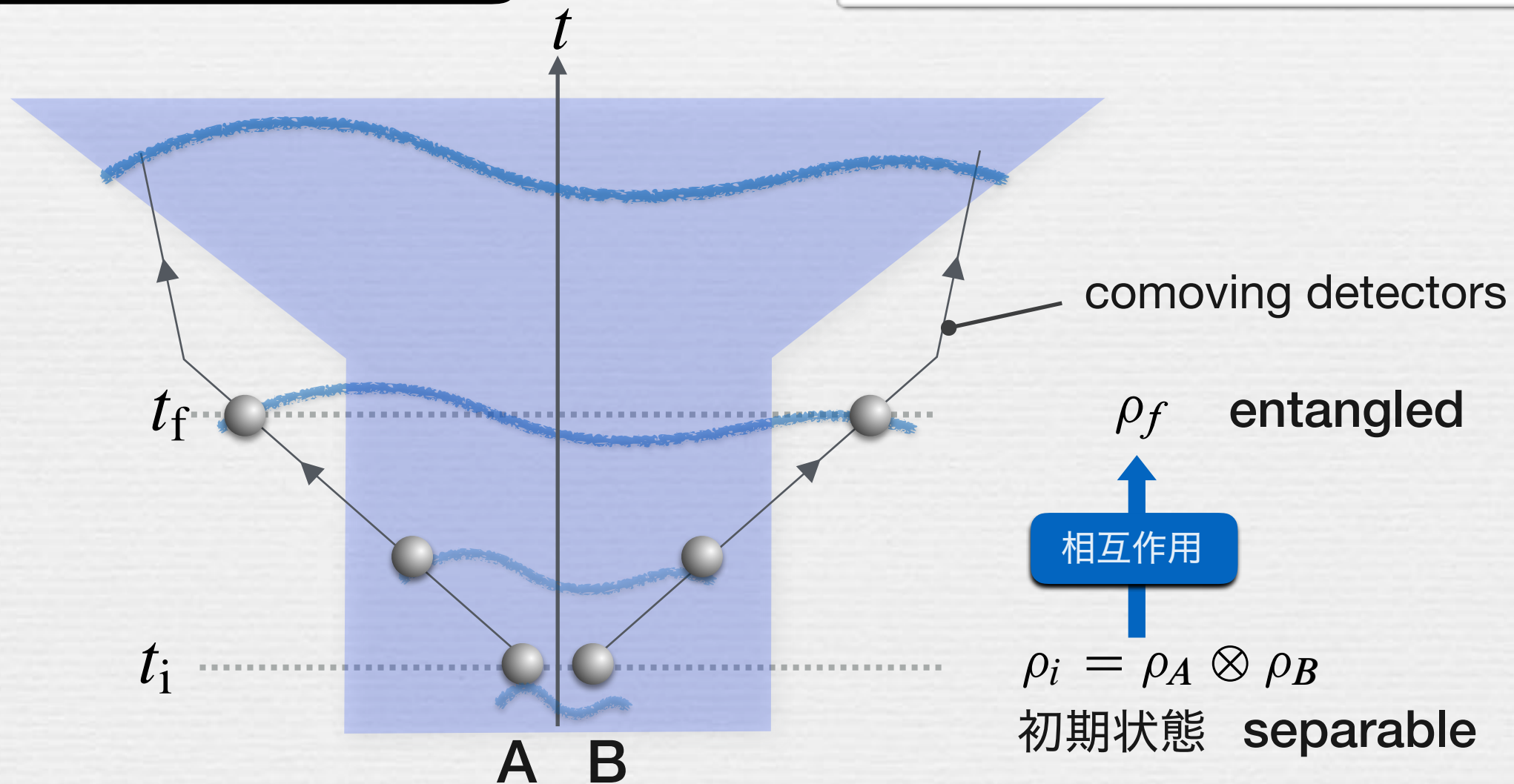
(思考実験)

2 準位系 (qubit detector)



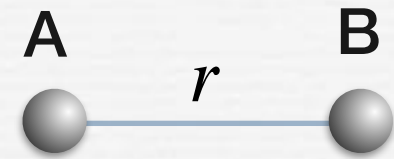
$$\hat{H}_{\text{int}} = g(\hat{\sigma}_+ + \hat{\sigma}_-)\phi(x(\tau))$$

$$\hat{\sigma}_+ = |1\rangle\langle 0| \quad \hat{\sigma}_- = |0\rangle\langle 1|$$

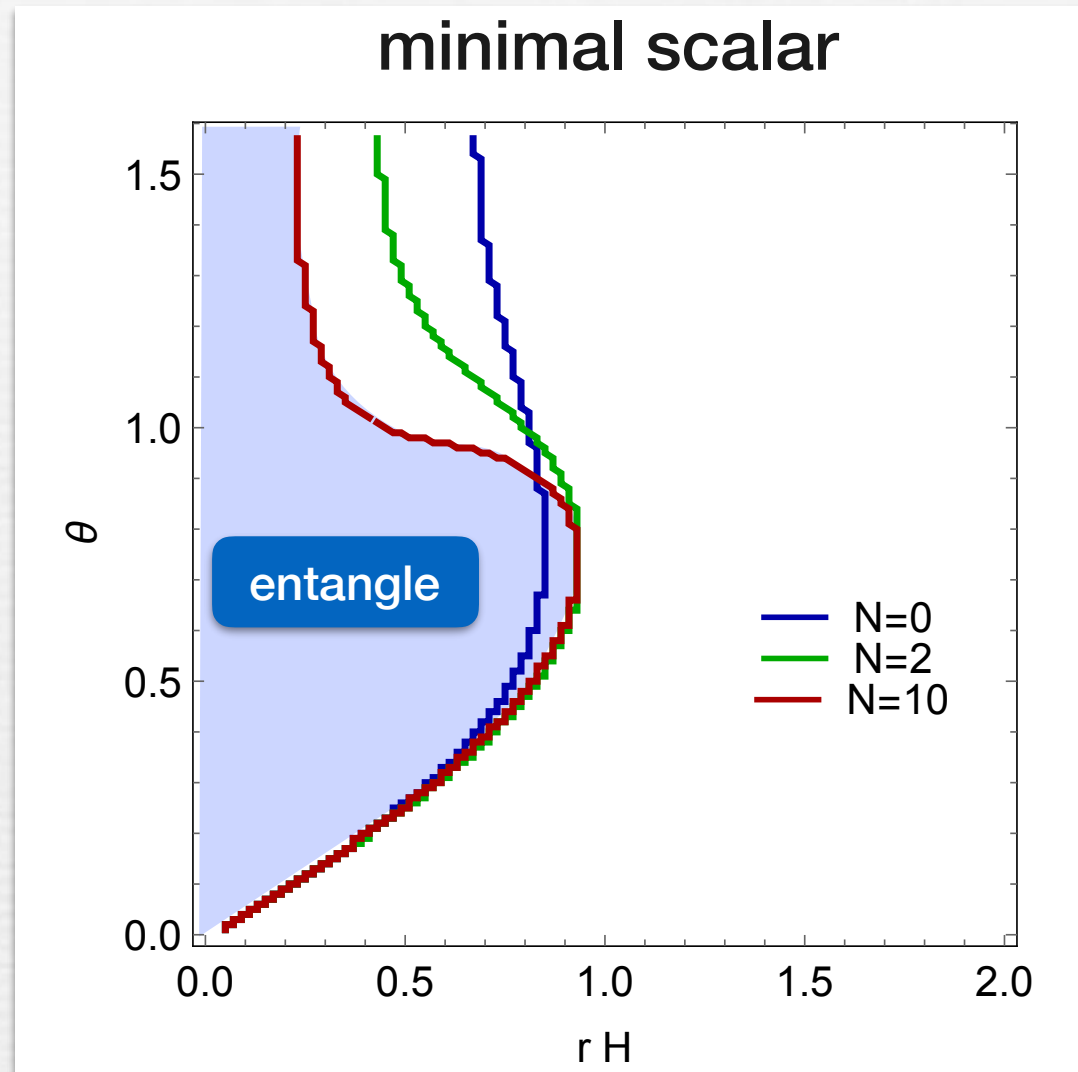


局所的操作ではentanglementは作れない：場のentanglementを写し取った

Entanglement of 2-qubit detectors



- Qubit 間距離 $r > r_{\max}$ では separable (coherence が失われる)



$$r_{\max} = H^{-1} \quad \text{Y. Nambu 2013}$$

$$\theta = H \Delta t^2 \omega$$

conformal scalarでは

$$r_{\max} = 2H^{-1}$$

- 2-qubit detectorではsuper horizon scaleのentanglementは検出できない
- 2体相関のみ考える限りLHVが存在しうる (限定された意味での古典化?)



多体間エンタングルメントの効果は？

Multipartite Entanglement of Long Wavelength Mode

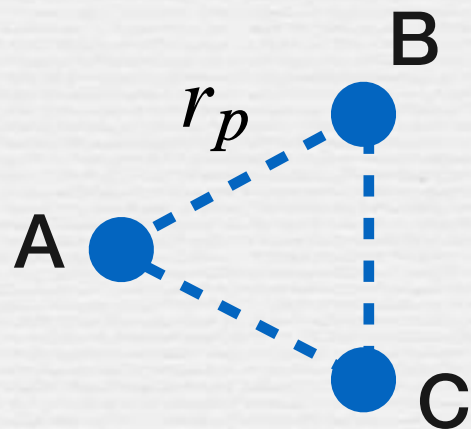
2つのdetectorで検出できる2体相関：

Super horizon scaleでの量子ゆらぎは「古典」相関のみ含み、
古典確率系として扱える

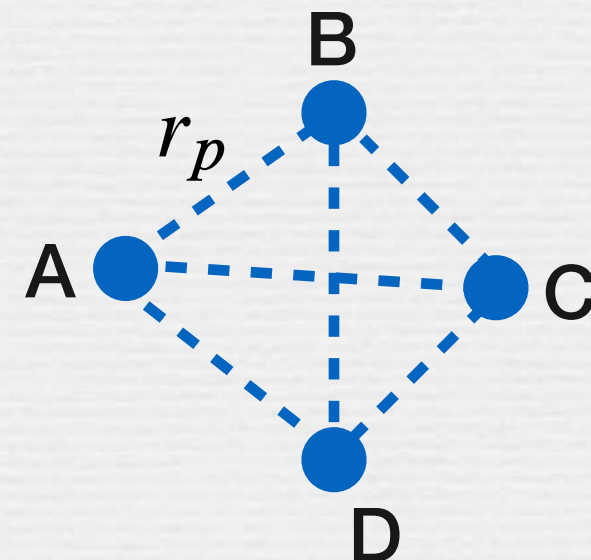
- (?) 「量子」から「古典」への転移が起きたとみなせるのか？
- (?) Inflation起源のゆらぎの量子性は検出できないのか？

2体間エンタングルメントは多体系でのエンタングルメントの1側面にすぎない。多体間エンタングルメントの振る舞いを確認する必要あり

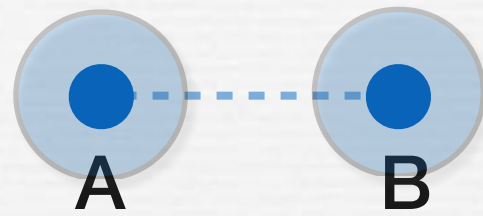
3体系



4体系

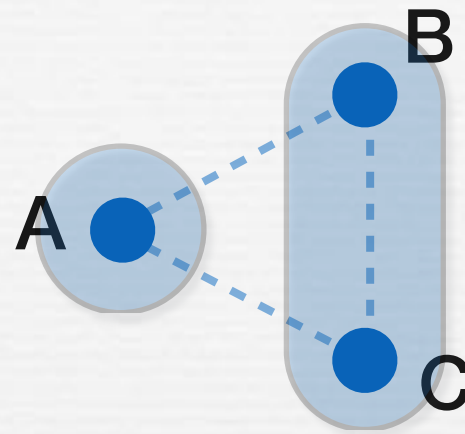


2 体系



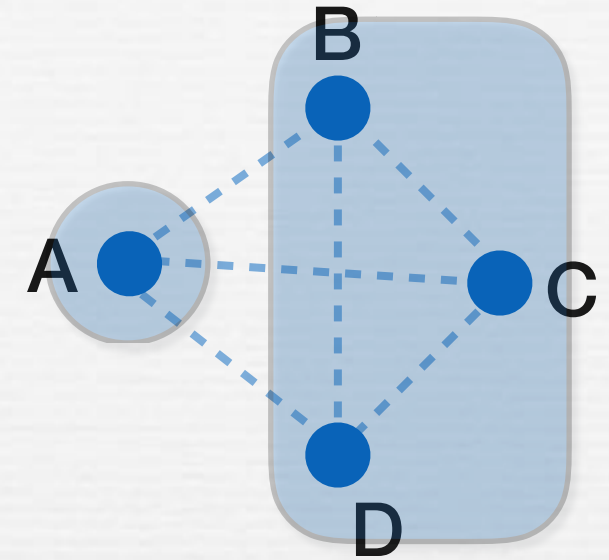
1+1

3 体系

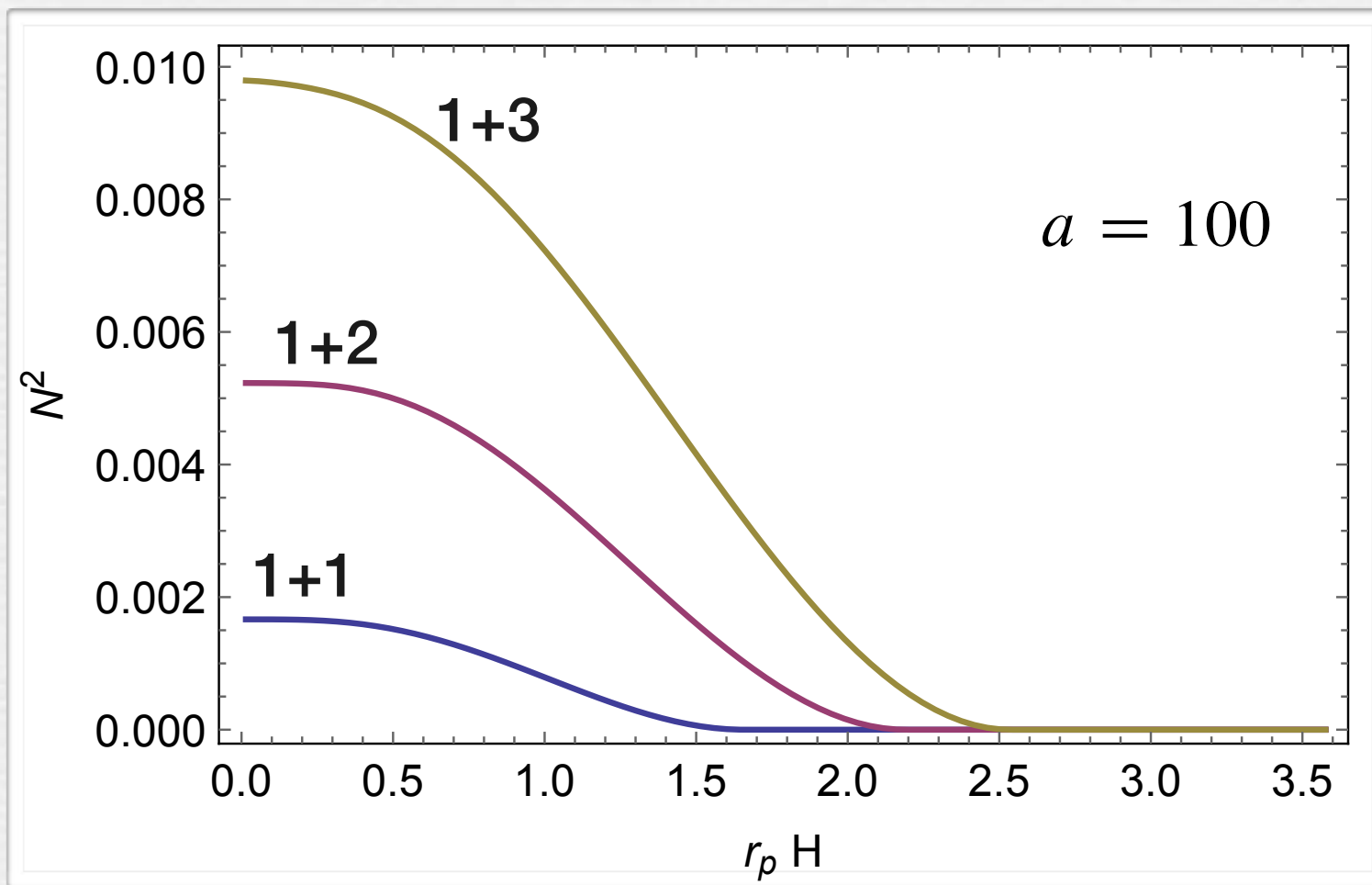


1+2

4 体系



1+3



検出可能なエンタングルスケール
はdetectorの数に伴い増大する

多体間効果により, super horizon scaleのエンタングルメントを検出可能

S. Kukita & YN, Entropy 19 (2017), 449

Structure of Multipartite Entanglement: Monogamy

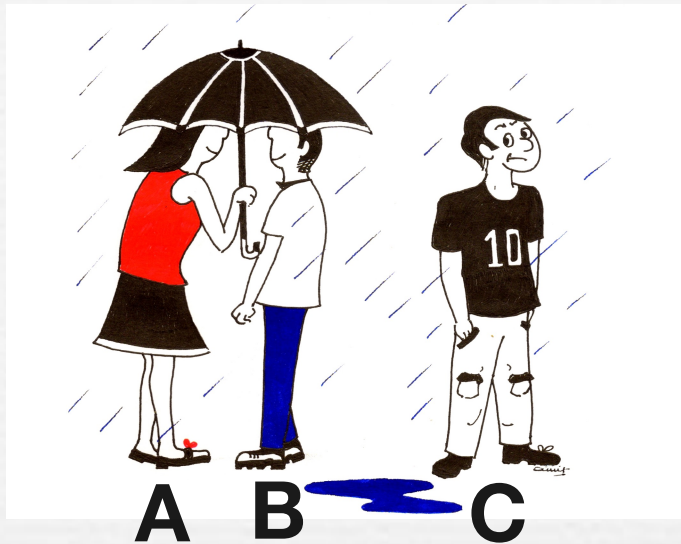
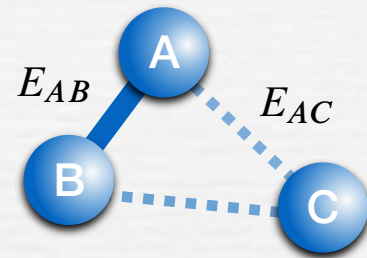


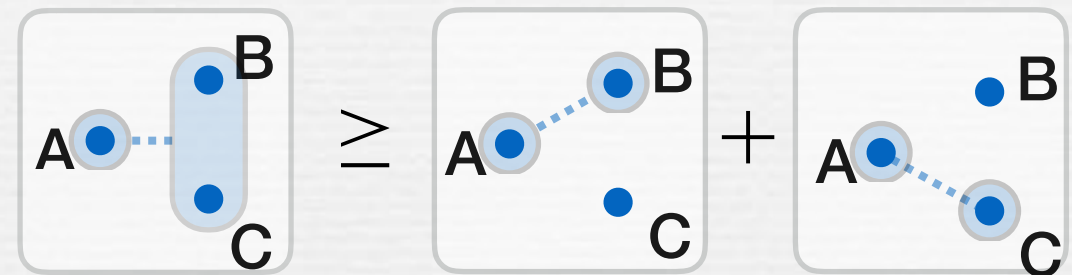
FIG. 1. (Color online) Monogamy: Two persons sharing an umbrella are unmindful to the presence of the third person.

ABが強くもつれていると
CはABに関与できない(しづらい)



qubit system *T. Hiroshima et al. 2007*

$$\mathcal{N}_{A|BC}^2 \geq \mathcal{N}_{A|B}^2 + \mathcal{N}_{A|C}^2$$

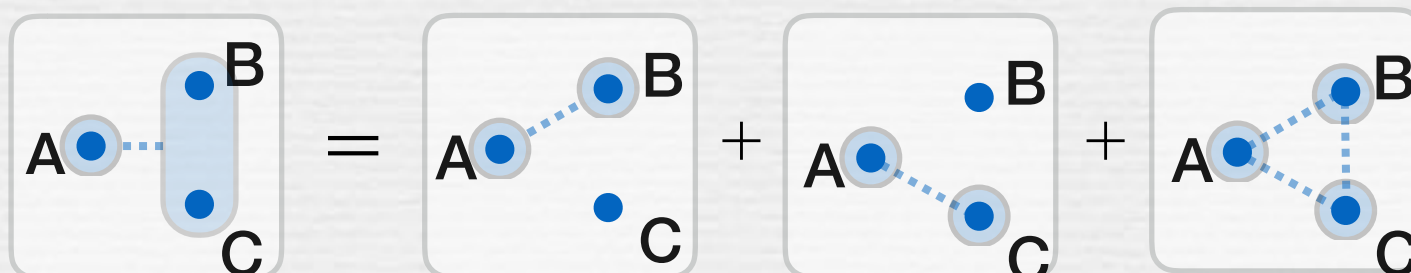


Residual: $\mathcal{N}_{A|BC}^2 - \mathcal{N}_{A|B}^2 - \mathcal{N}_{A|C}^2$ 多体エンタングルメントの指標

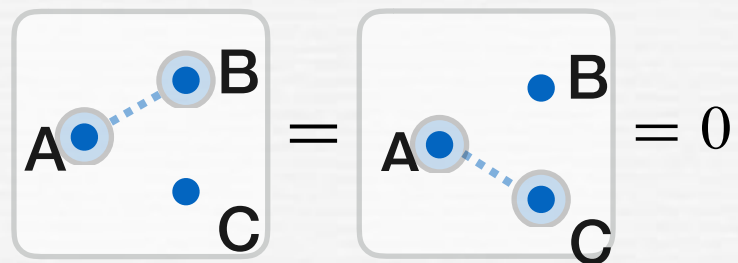
For symmetric state, stronger monogamy relation is obtained using the equality

$$\mathcal{N}_{A|BC}^2 = \mathcal{N}_{A|B}^2 + \mathcal{N}_{A|C}^2 + \mathcal{N}_{A|B|C}^2$$

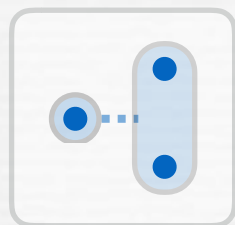
G. Adesso et al. 2007



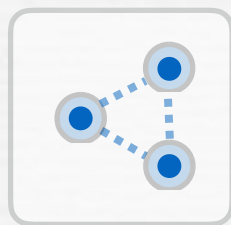
Super horizon scaleに対しては



1+2

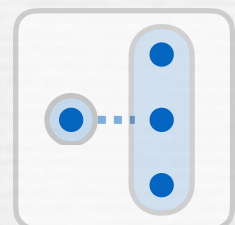


=

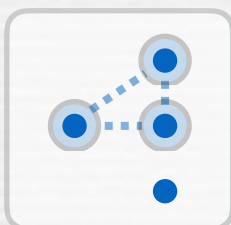


純粋な 3 体間エンタングルメント

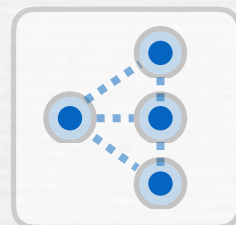
1+3



= 3

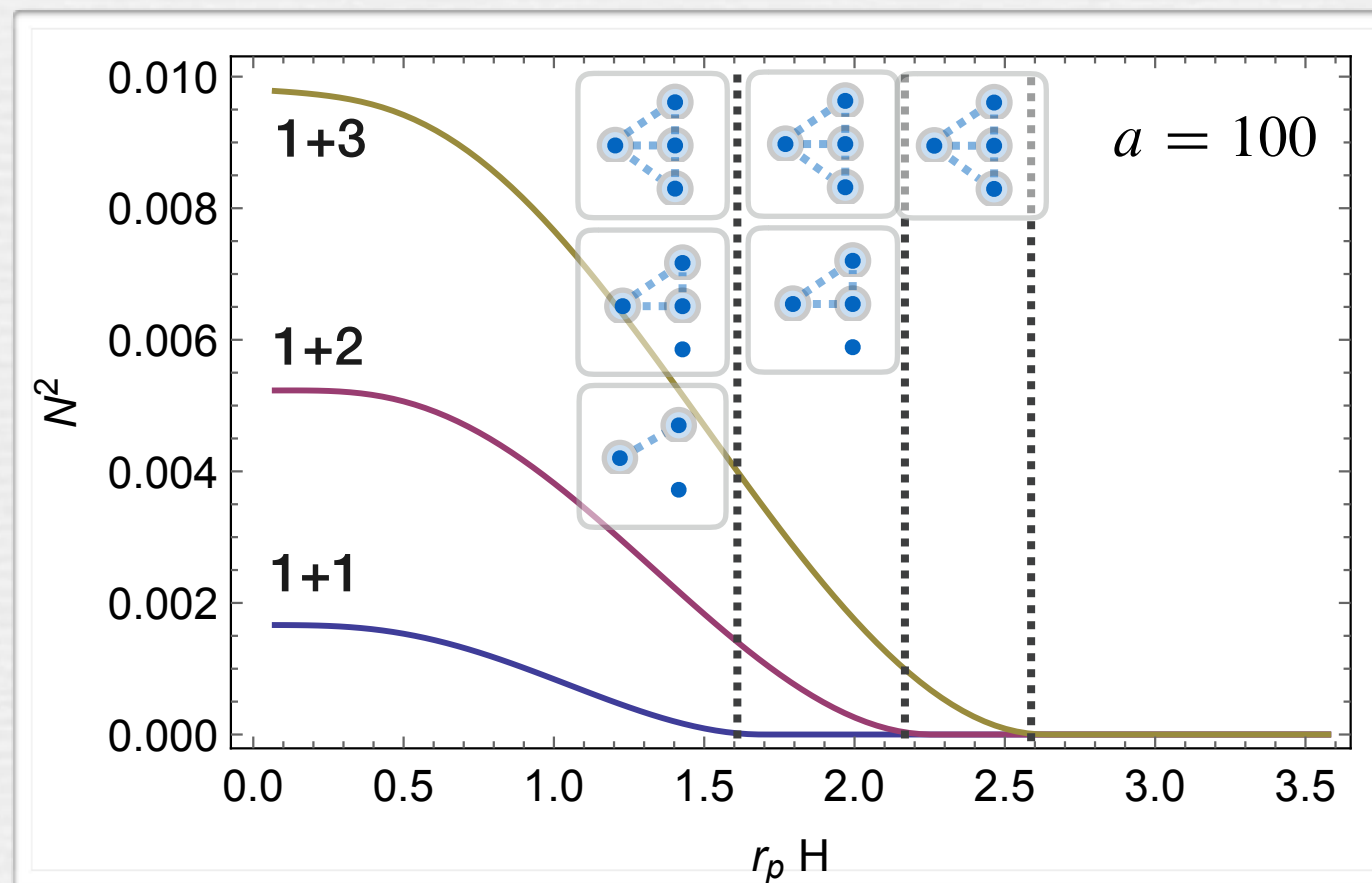


+



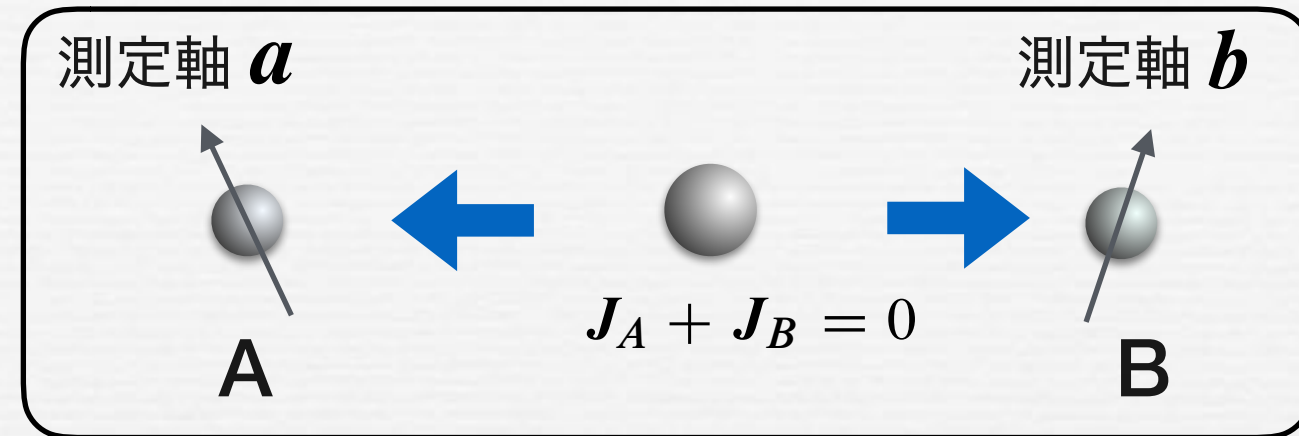
純粋な 3 体間エンタングルメント

多体間エンタングルメントは
super horizon scaleでも残る



Entanglement witnessとしてのBell不等式

- 量子場のエンタングルメントの検出
Negativityはobservableではない
Bell不等式の破れを見る



相関 $E(a, b) \equiv \langle A_a B_b \rangle = \int dx f(x) A(a, x) B(b, x)$

LHVならAの測定値はBの測定値に影響しない (locality)

Bell-CHSH inequality

$$|\mathcal{B}_2| = |E(a, b) + E(a, b') + E(a', b) - E(a', b')|/2 \leq 1$$

QM observable

$$A_a = \mathbf{a} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(A)}$$

$$B_b = \mathbf{b} \cdot \boldsymbol{\sigma}^{(B)}$$

$$|\mathcal{B}_2| \leq \sqrt{2}$$

Cirel'son bound

Bell-CHSH不等式を破り得る

Bell不等式が破れる



状態はentangleしている

Entangleしている状態

Bell破れ

Test of Bell Inequality in Cosmology

多体系に対する「Bell不等式」

BMK(Bell-Mermin-Klyshko) inequality

N.D.Mermin 1990

A.V.Belinskii and D.N.Klyshko 1993

spin operator $\mathcal{O}_j \equiv \mathbf{a}_j \cdot \boldsymbol{\sigma}$

$$\mathcal{B}_n = \frac{1}{2} \mathcal{B}_{n-1} (\mathcal{O}_n + \mathcal{O}'_n) + \frac{1}{2} \mathcal{B}'_{n-1} (\mathcal{O}_n - \mathcal{O}'_n), \quad \mathcal{B}_1 = \mathcal{O}_1, \quad \mathcal{B}'_1 = \mathcal{O}'_1, \quad n = 2, 3, \dots$$

$$2\mathcal{B}_2 = \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 + \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}_2 + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}'_2 - \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}'_2,$$

$$2\mathcal{B}_3 = \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3 + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}_3 + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}'_3 - \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}'_3,$$

$$\begin{aligned} 4\mathcal{B}_4 = & -\mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}_4 + \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}_4 + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}_4 + \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}_4 \\ & + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}_4 - \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}_4 + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}'_4 + \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}'_4 \\ & + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}'_4 - \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}'_4 - \mathcal{O}_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}'_4 - \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}'_4 \\ & + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}_4 + \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}_2 \mathcal{O}'_3 \mathcal{O}_4 + \mathcal{O}_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}'_4 - \mathcal{O}'_1 \mathcal{O}'_2 \mathcal{O}_3 \mathcal{O}'_4 \end{aligned}$$

LHV

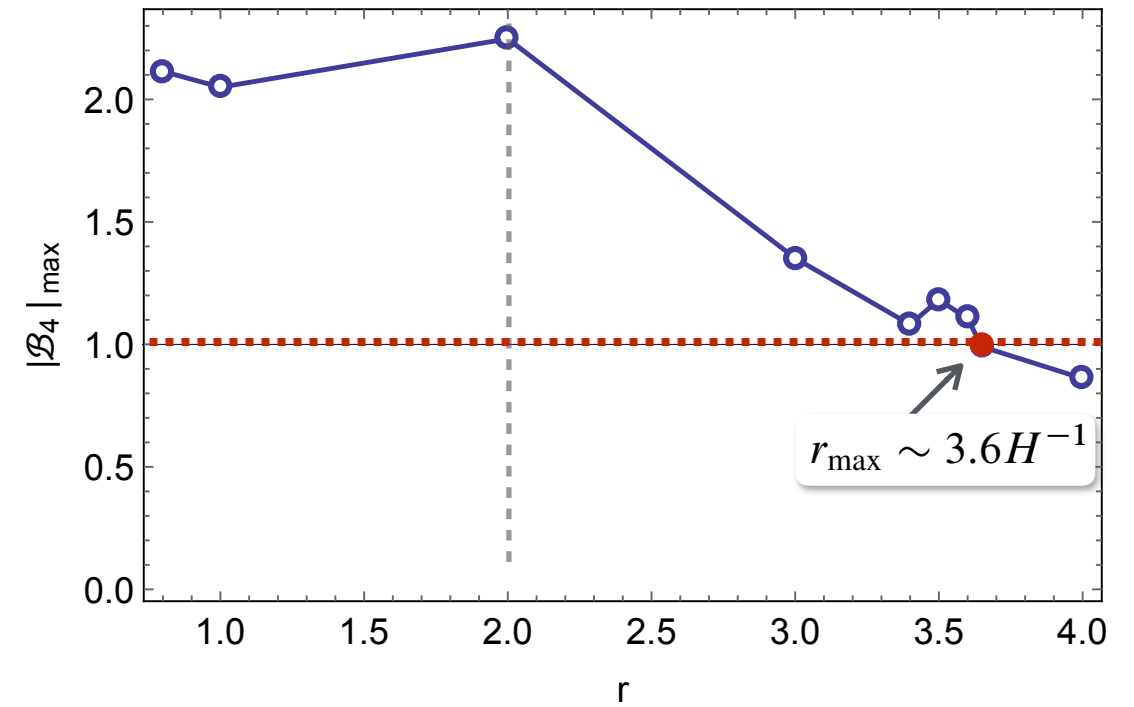
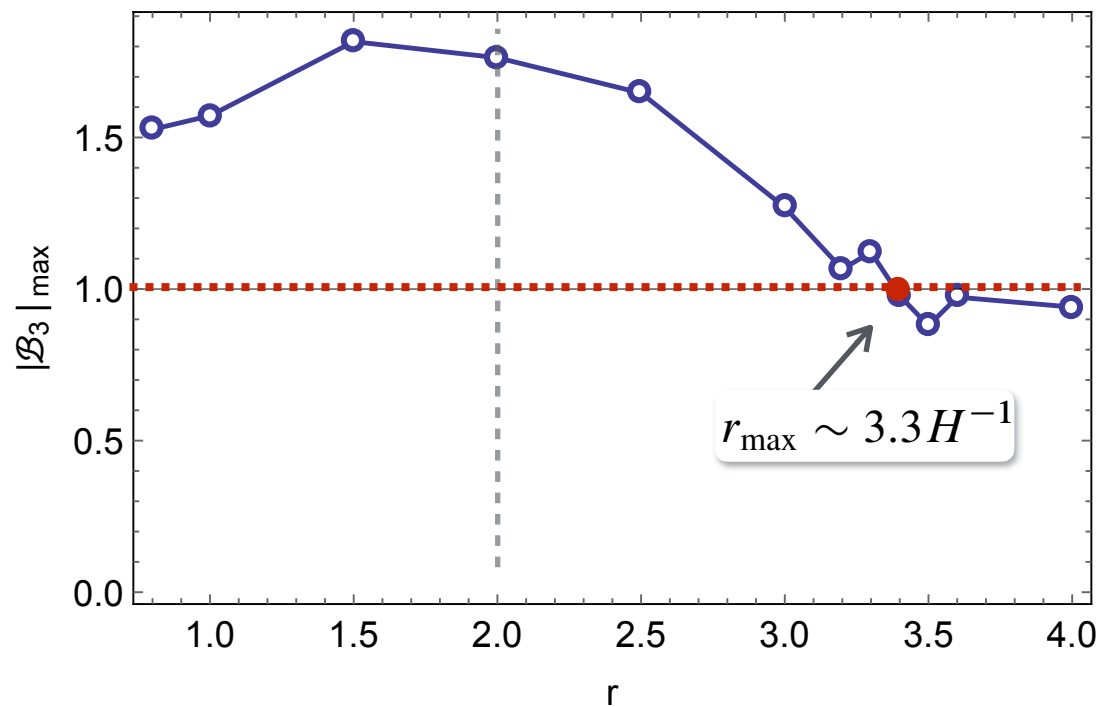
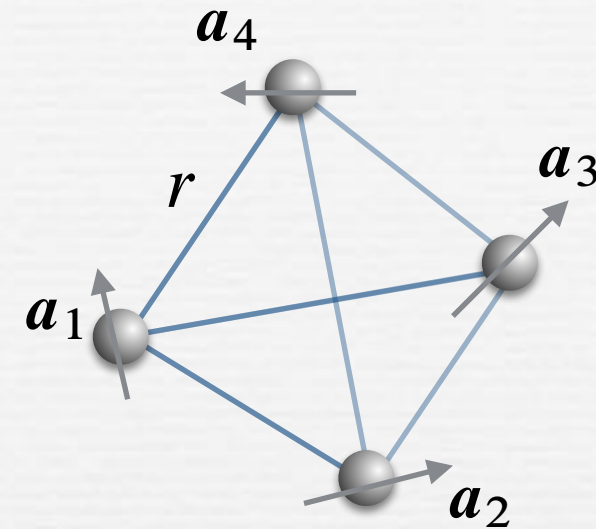
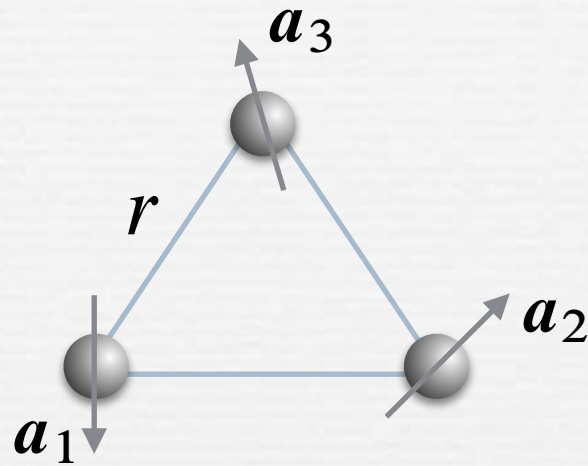
$$|\langle \mathcal{B}_n \rangle| \leq 1, \quad n = 1, 2, \dots$$

QM

$$|\langle \mathcal{B}_n \rangle| \leq 2^{\frac{n-1}{2}}, \quad n = 1, 2, \dots$$

Cirel'son bound

Test of BMK Inequality: de Sitter n=3,4



BMK inequality (n=3,4)のsuper horizon scaleでの
破れが見えてくる

Monte Carlo
5000 samples

Super horizon scaleでのEntanglementの振舞い

- Qubit detectorのペアはハッブル地平線以上の大スケールのエンタングルメントを検出することはできない。
2体相関のみでは量子古典の区別が不可能
- 場のエンタングルメントがないことは結論できない
- しかしながら多数個のdetectorを用意し多体間エンタングルメントの効果を用いれば大スケールのエンタングルメントにアクセスすることが可能 → 量子性検証の可能性

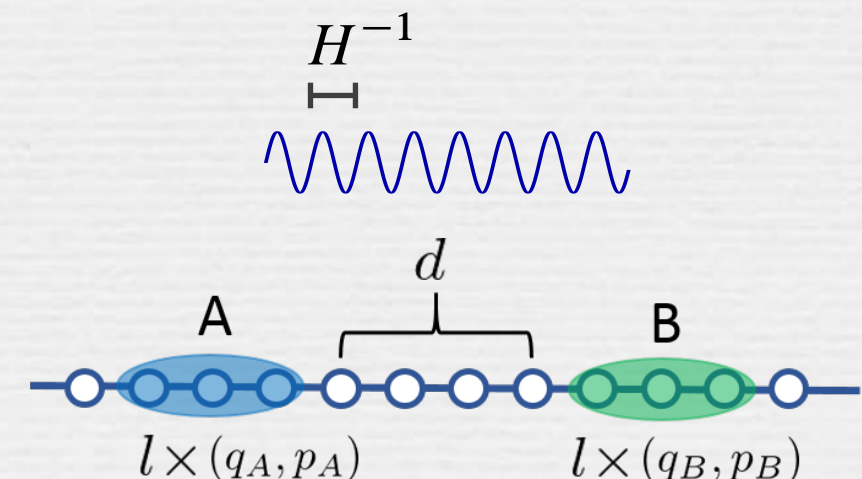
- 有限温度系におけるRee-Schlieder theorem : *H.Narnhofer 2005*
任意の温度において, すべての2つの局所的領域はエンタングルしている

膨張宇宙 (de Sitter) での証明はない $T_H = H/2\pi$

スーパーホライズン スケール ↔ 高温極限

de Sitterの場合での確認

Numerical calculation of 1+1 harmonic chain
in de Sitter space *A.Matsumura and Y.Nambu 1707.08414*



Qubit Model of Inflation

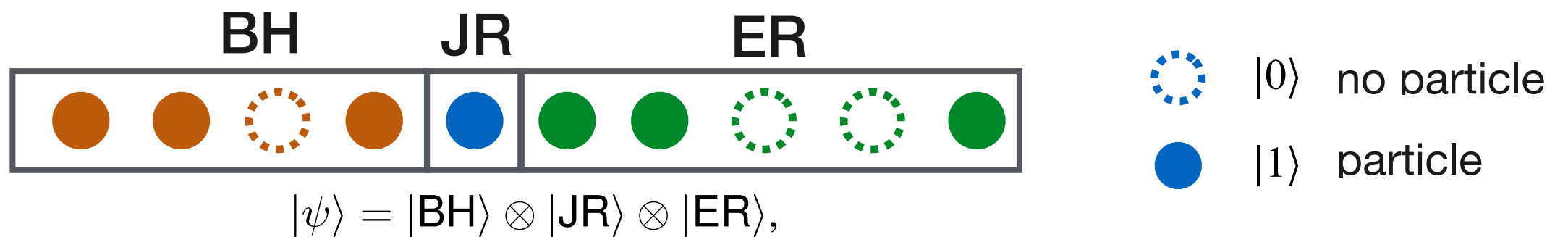
Qubit model of quantum phenomena in curved spacetimes

曲がった時空における量子系（場の理論）におけるエンタングルメントの振る舞いをモデル化して理解する

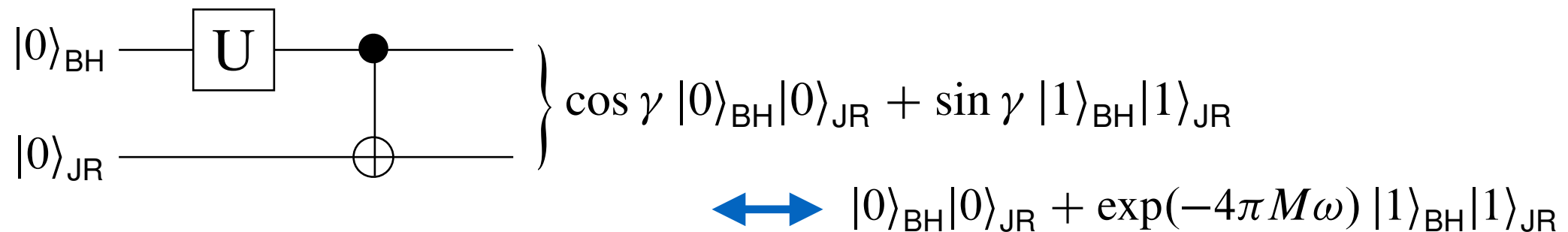
- **Hawking輻射（black hole evaporation）** information loss, firewall問題

T.Tokuzumi, A. Matsumura & YN, 2018

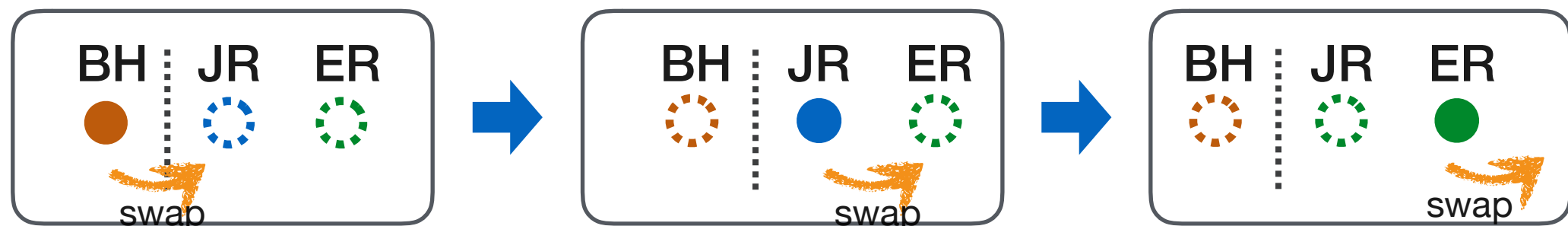
rule 1:

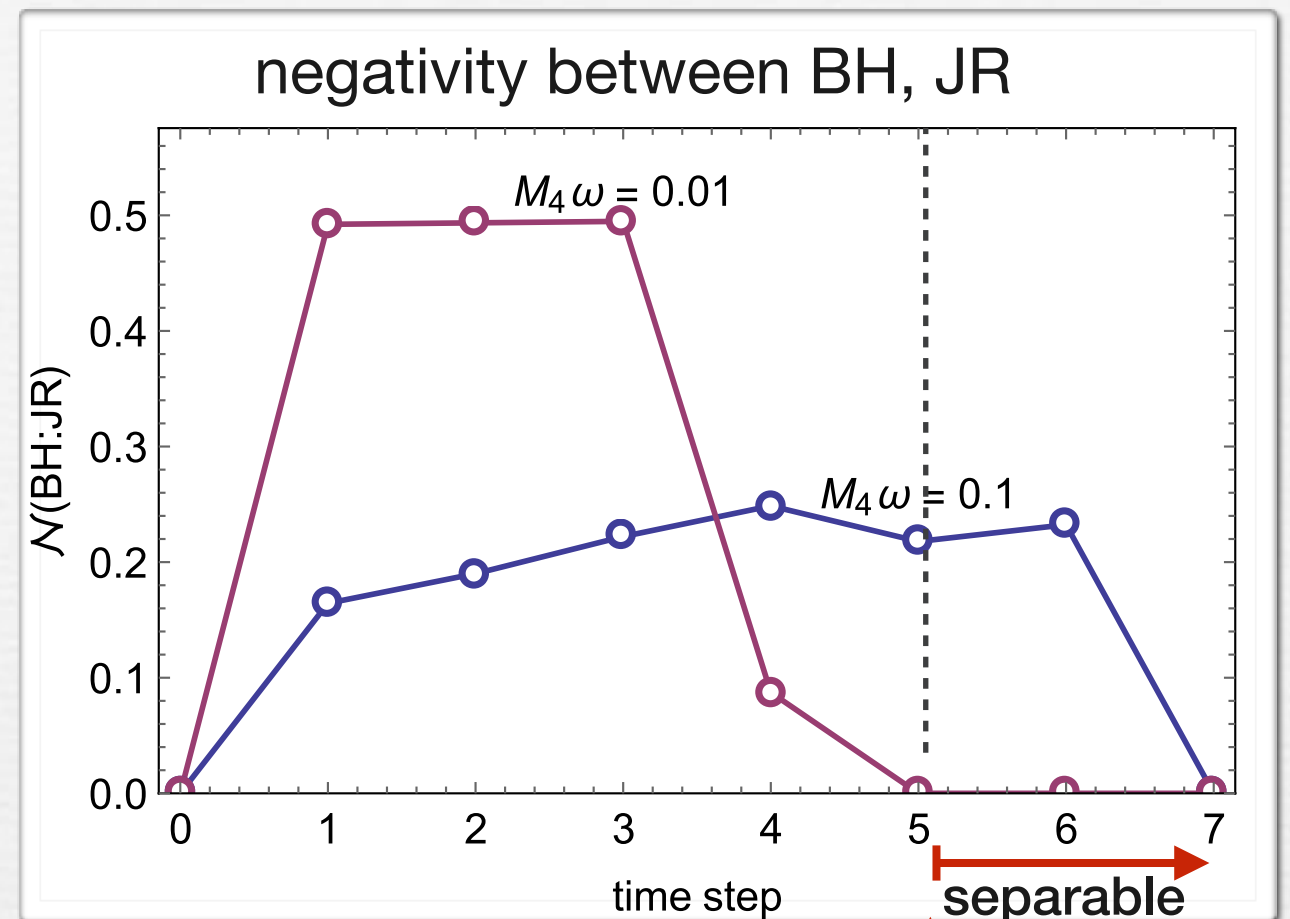
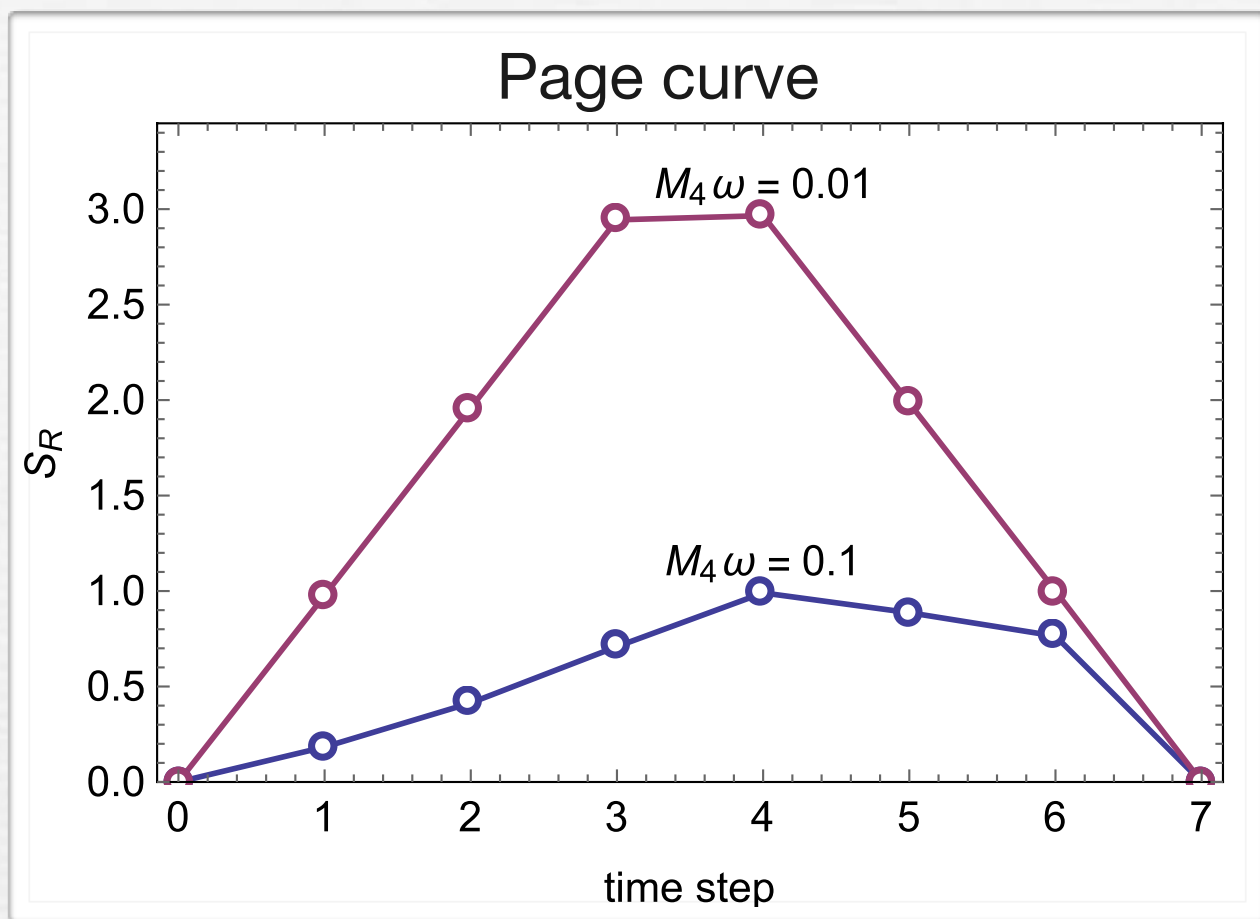


rule 2:



rule 3:





firewall

separable

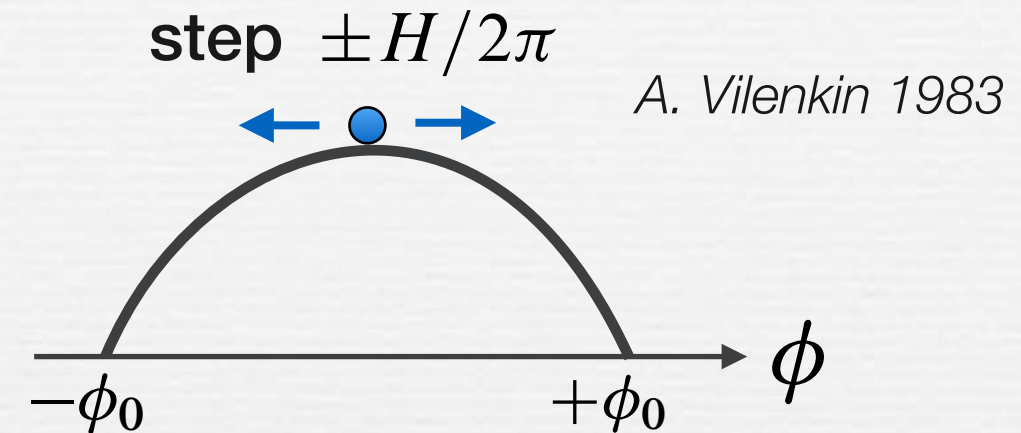
- BH の情報は Radiation に移動していく
Page curve の形は振動数に依存
- Page timeの後, BHとJR はseparableになる (low frequency modes)
“firewall”の構造が出現. 古典相関は残る (separable state)

Qubit model of inflation

inflation (de Sitter)でのエンタングルメント構造をモデル化する

Dispersion of inflaton fluctuation

$$\langle (\delta\hat{\phi})^2 \rangle = \frac{H^3 t}{4\pi^2} \propto t$$

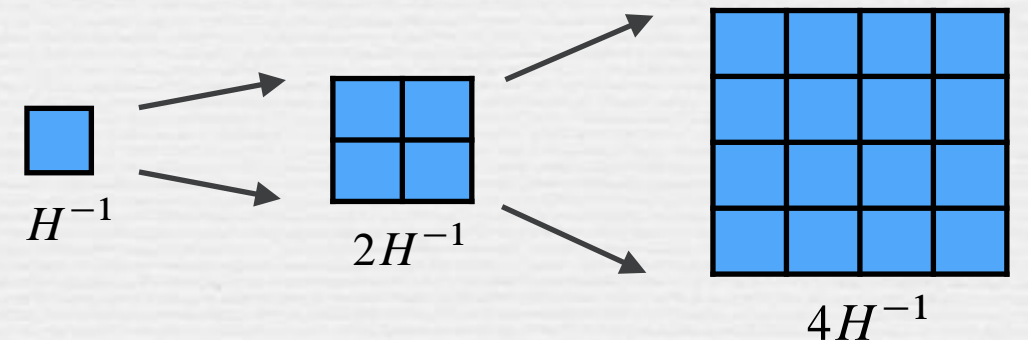


ブラウン運動する粒子と同じ振舞い (stochastic inflation)

- The probability to stay in $|\phi| < \phi_0$ $p \sim \exp\left(-\frac{H^3 t}{32\phi_0^2}\right)$
- The number of horizon regions $N \sim \exp(3Ht)$
- The number of inflating regions

$$pN \sim \exp(dHt)$$

フラクタル次元 $d = 3 - \frac{H^2}{32\phi_0^2}$



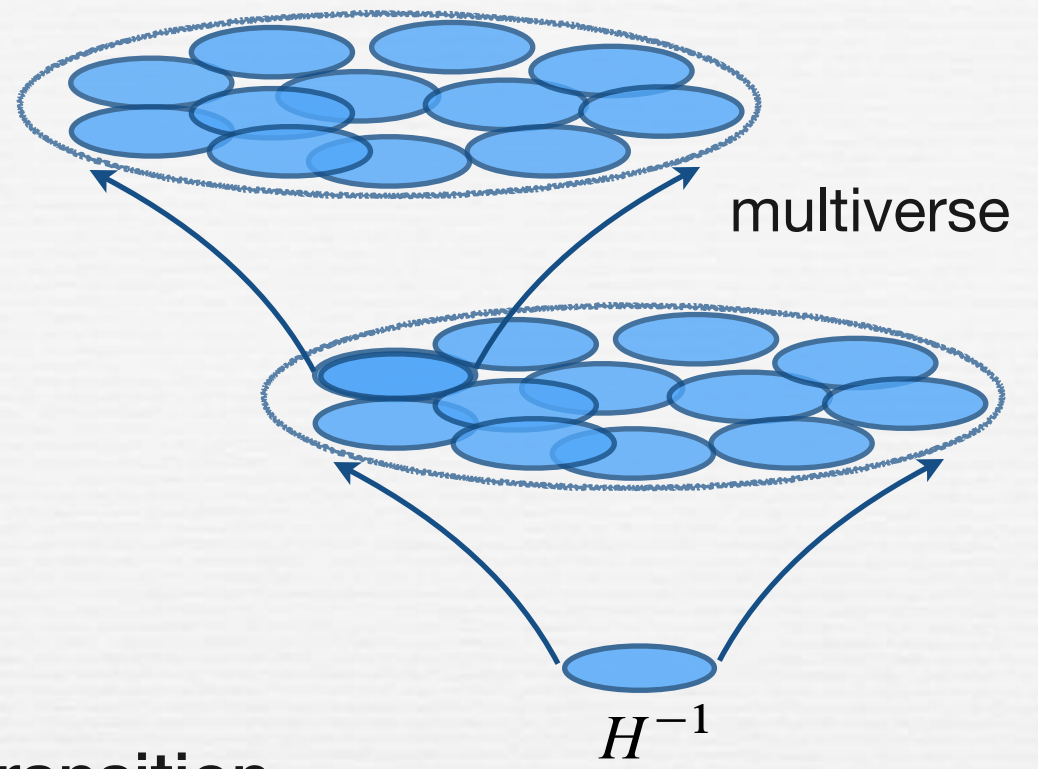
$d > 0$ なら時間と共に増大
self-reproducing eternal inflation

Markovian bit model

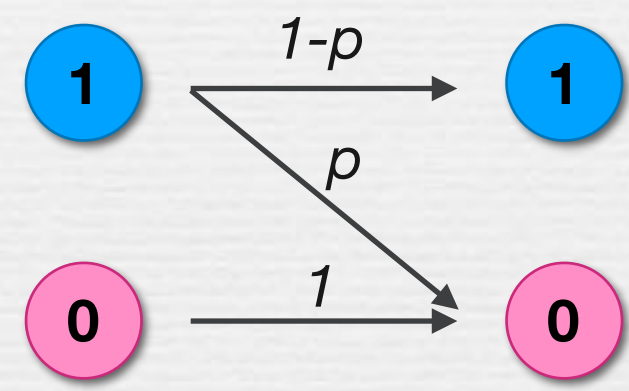
空間は 1 次元
宇宙の状態は 0,1

1
inflating

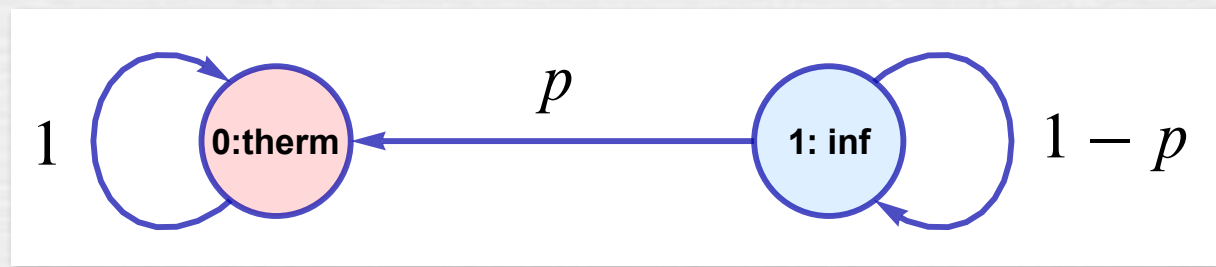
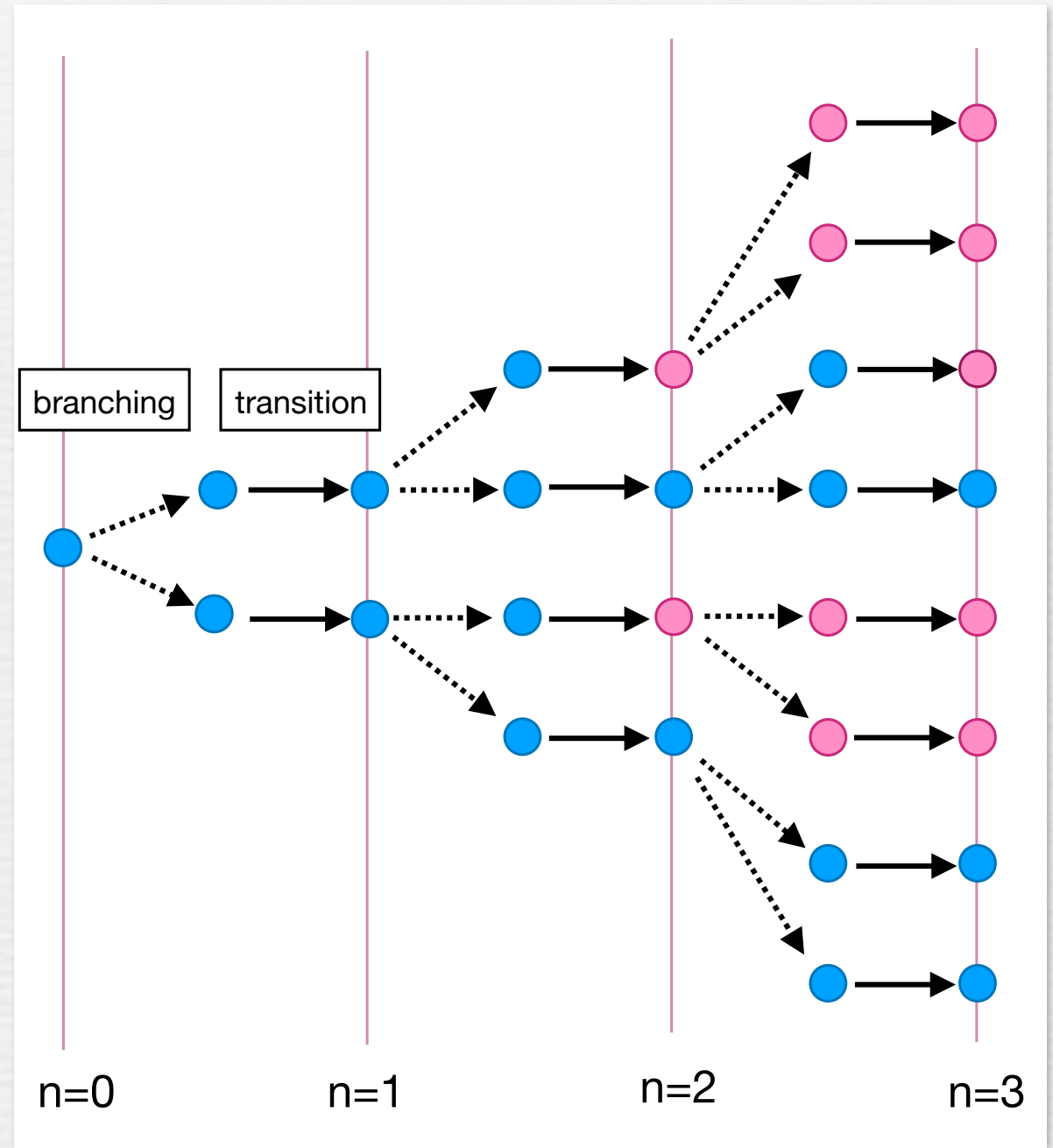
0
thermalized



rule of transition

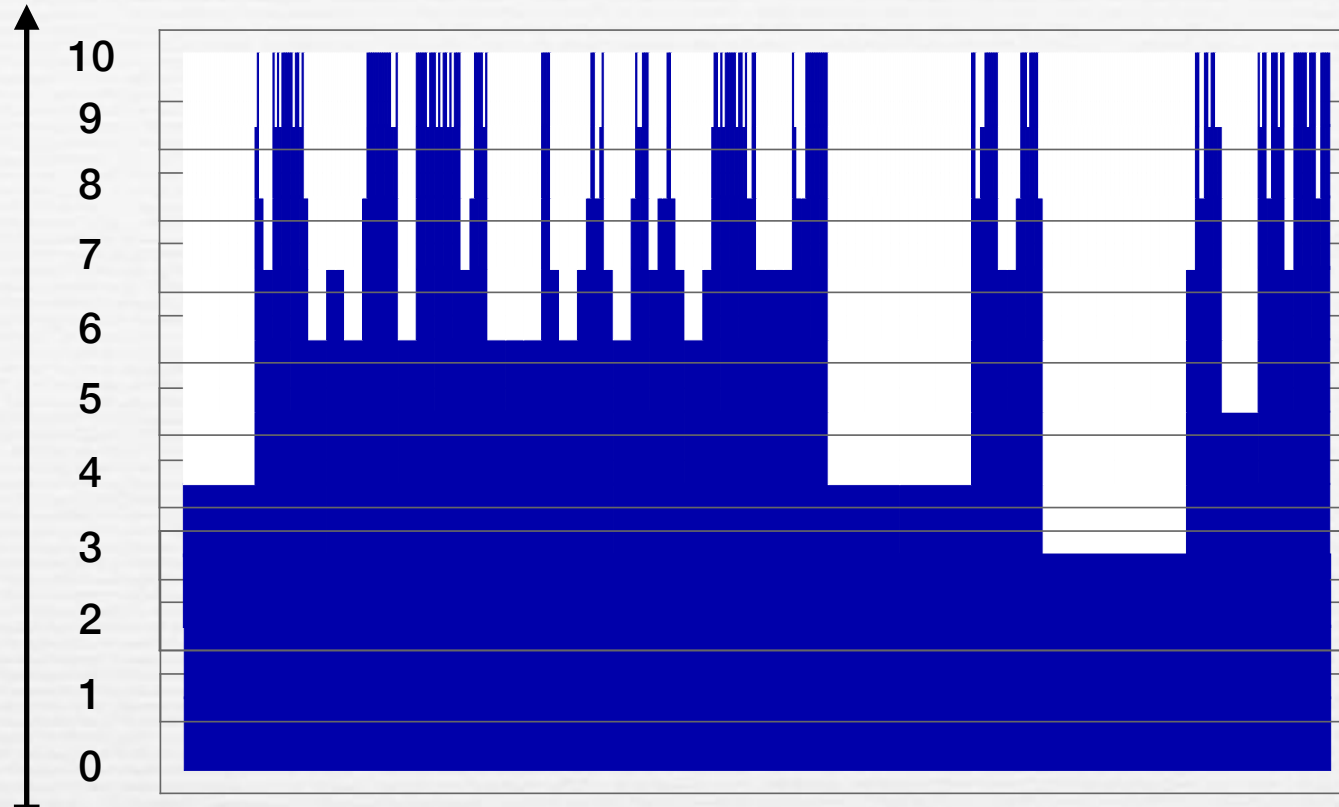


p は定数 (モデルパラメーター)



time step

$p=1/5$

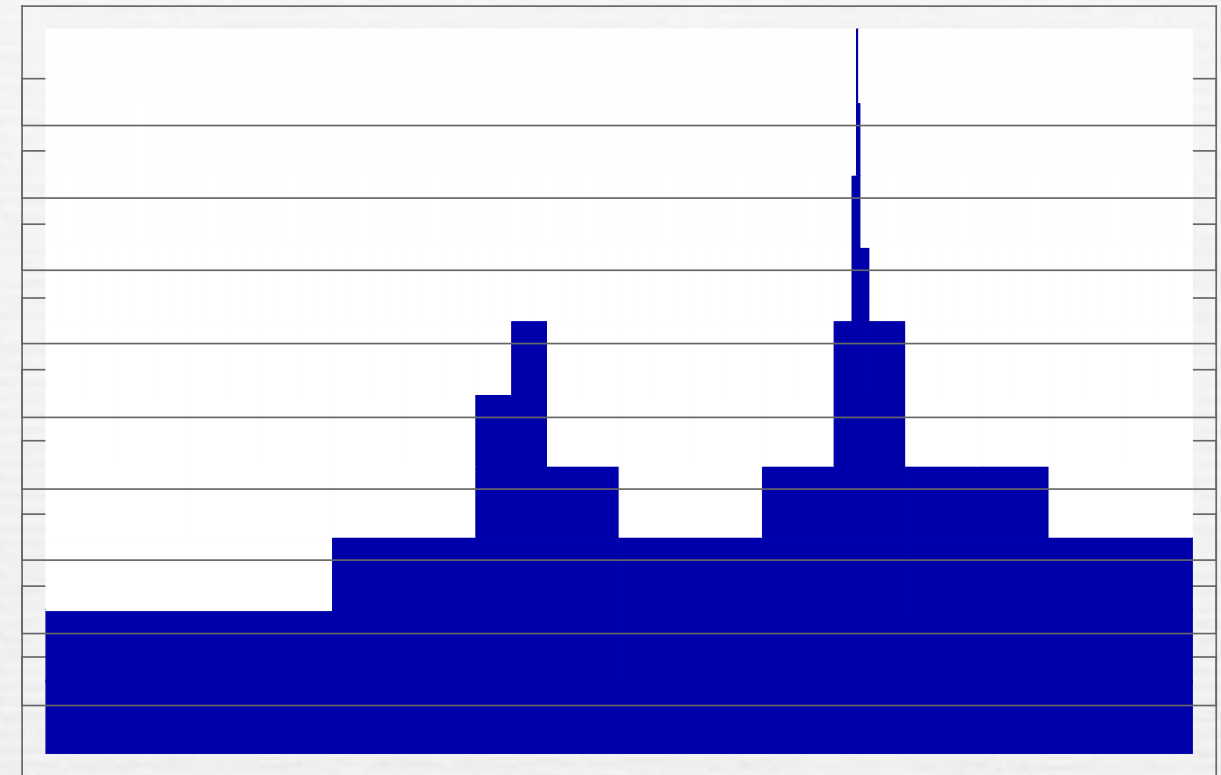


空間

■ inflating

□ thermalized

$p=3/5$



空間

- inflating bitの平均個数

$$2^n \times (1-p)^n = 2^{dn}$$

全個数 確率

フラクタル次元

$$d = 1 + \log_2(1-p)$$

$p < 1/2$ でeternal inflation

このモデルでのエンタングルメントの構造は？

Quantum Operation (quantum channel)

ある量子状態 ρ を別の量子状態 ρ' に変換する操作を考える：

$$\rho \xrightarrow{\Lambda} \rho'$$

正值性, トレース保存を満たすアフィン写像 Λ は次の形に限られる：

$$\rho' = \Lambda(\rho) = \sum_k M_k \rho M_k^\dagger \quad \sum_k M_k^\dagger M_k = \mathbb{1}$$

M_k : クラウス演算子

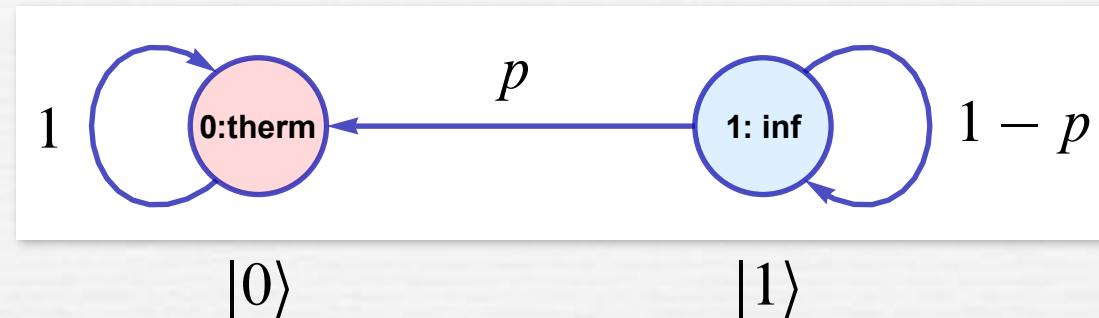
TPCP (trace preserving completely positive) map

- * 量子力学で許されうる状態変化の形
- * 一般的な量子測定操作等もこの形で表現できる
- * 量子開放系のダイナミクス

- TPCP mapの形でstochastic inflationの量子状態変化を表現する

Qubit model of stochastic inflation

- rule of transition

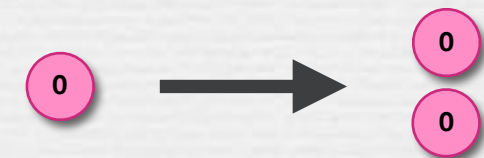


$$\Lambda_t(\rho) = M_0 \rho M_0^\dagger + M_1 \rho M_1^\dagger, \quad M_0 = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \sqrt{1-p} \end{bmatrix}, \quad M_1 = \begin{bmatrix} 0 & \sqrt{p} \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

amplitude damping channel

- rule of branching (宇宙膨張の効果)

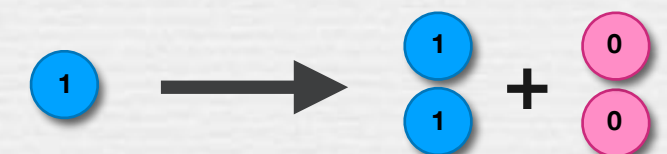
$$|0\rangle \langle 0| \xrightarrow{\Lambda_b} |00\rangle \langle 00|$$



$$|1\rangle \langle 1| \xrightarrow{\Lambda_b} |\psi\rangle \langle \psi|$$

$$|\psi\rangle = \sin r |11\rangle + \cos r |00\rangle$$

エンタングルペアーを生成

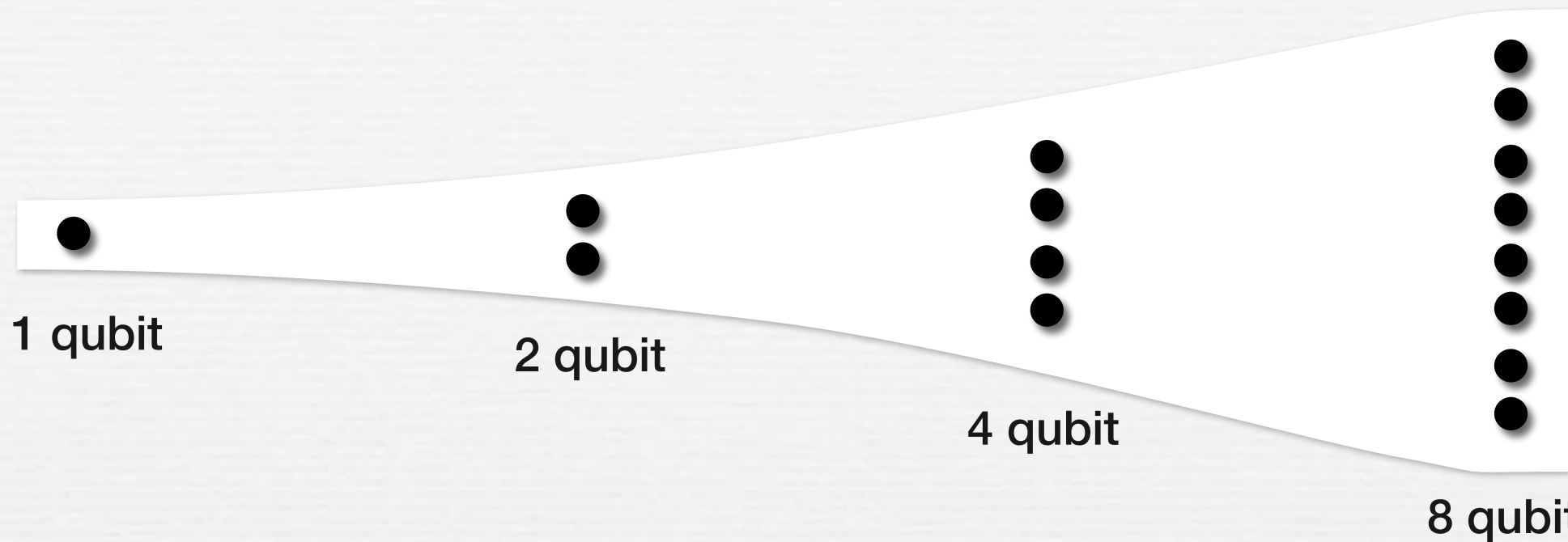


step 0

step 1

step 2

step 3



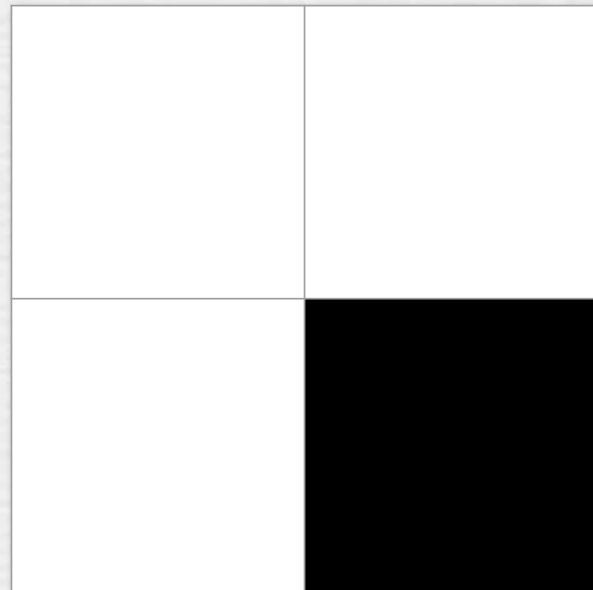
密度行列のnon-zero成分

step 0

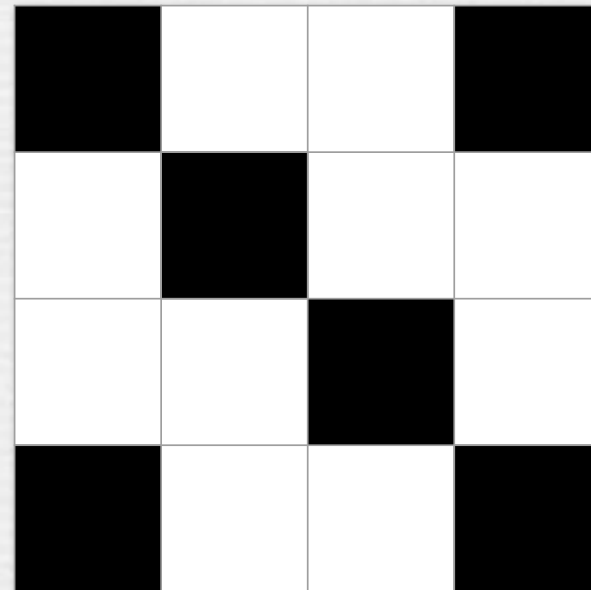
step 1

step 2

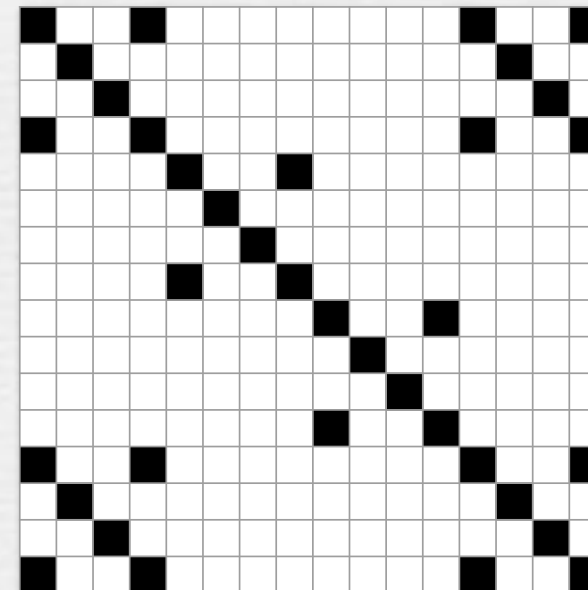
step 3



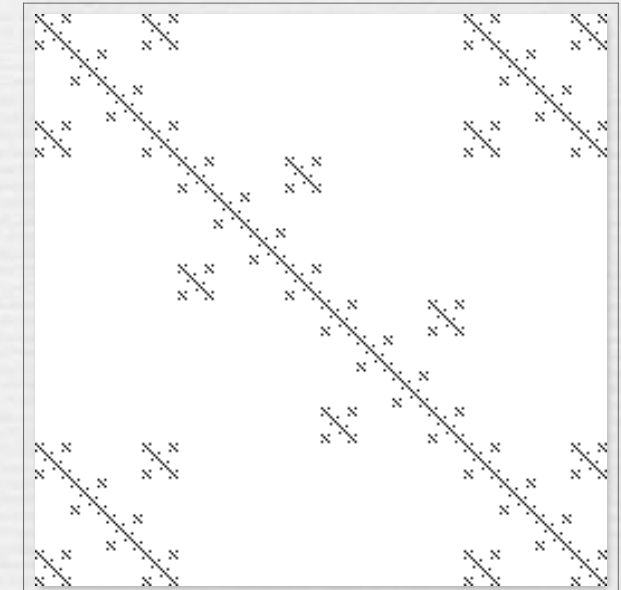
2x2



4x4



16x16



256x256

非対角成分の存在は量子相関（エンタングルメント）の効果.
対角成分は対応する配位の実現確率を与える

- inflating qubitの平均個数（密度行列の対角成分から計算）

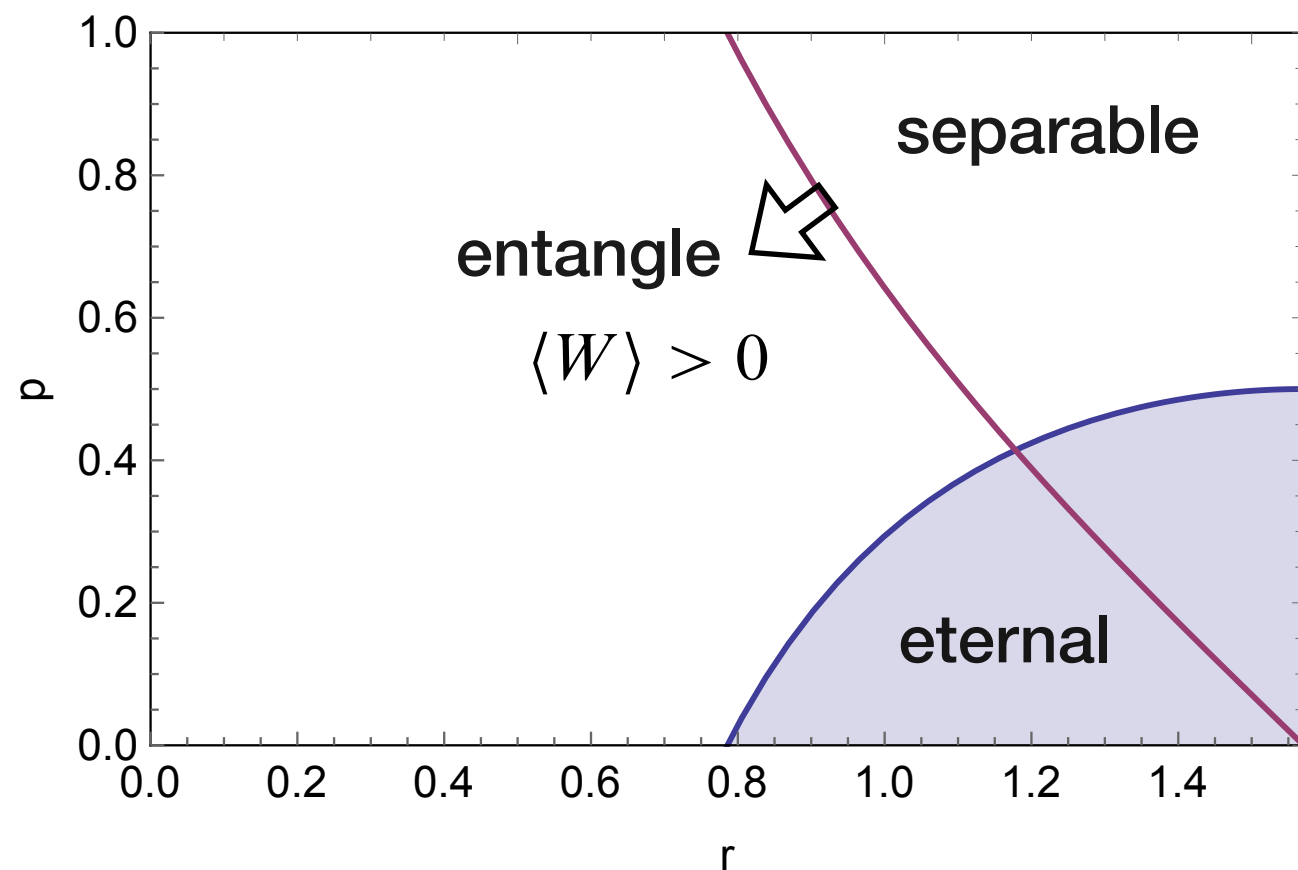
$$(2(1-p)\sin^2 r)^n \quad 2(1-p)\sin^2 r > 1 \text{ で eternal inflation}$$

- 2つのqubit間のエンタングルメント測定 (witnessを用いる)

$$\hat{W} = \frac{1}{4} \left(\hat{X} \otimes \hat{X} - \hat{Y} \otimes \hat{Y} + \hat{Z} \otimes \hat{Z} - I \otimes I \right)$$

$\langle \hat{W} \rangle > 0$ ならエンタングルしている

膨張則



エンタングルメントパラメータ

eternal phaseに行くほど
entanglementは強くなる

eternal phaseが存在する r の範囲
では p が大きいと separable

entanglement強度と膨張則の
間の普遍的関係？

Summary

- インフレーション起源の長波長量子ゆらぎは古典化しているのか？

2体相関から得られるゆらぎの情報は古典ゆらぎと区別つかない
多体エンタングルメントは見える

- **Test of Bell inequalities using qubit detectors**

$n=3,4$: violation of Bell inequality is detected
on super horizon scales.



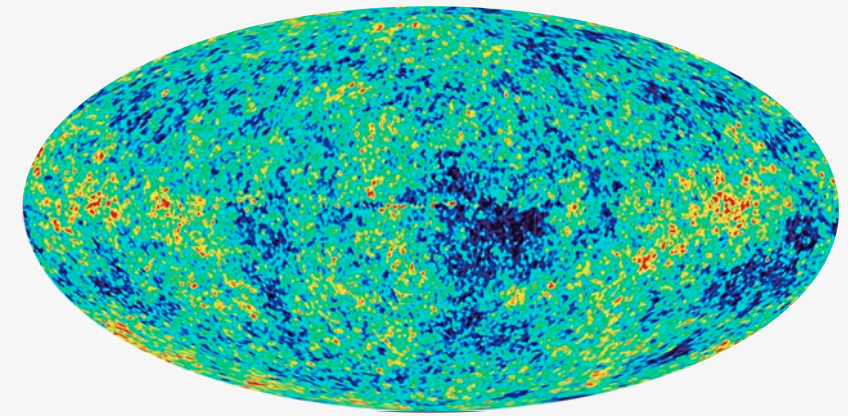
Effect of multi-partite entanglement

- 実際に観測測定可能か？
CMB, GW
- 初期宇宙の量子性の検証
decaying modeの問題
宇宙論における「測定」の意味

Test of Bell Inequality in Cosmology

Bell experiment on the CMB ?

宇宙背景放射 温度 2.7K $\delta T/T \sim 10^{-5}$



量子起源の(曲率)ゆらぎのパターンが天球面上に焼き付けられている

このデータからゆらぎの量子性を検証可能か？

- 運動量空間におけるBell不等式の破れ

- pseudospin op. for continuous variable system

$$\begin{aligned}\hat{s}_x(\mathbf{k}) &= \sum_{n=0}^{\infty} (|2n_{\mathbf{k}} + 1\rangle\langle 2n_{\mathbf{k}}| + |2n_{\mathbf{k}}\rangle\langle 2n_{\mathbf{k}} + 1|) \\ \hat{s}_y(\mathbf{k}) &= i \sum_{n=0}^{\infty} (|2n_{\mathbf{k}}\rangle\langle 2n_{\mathbf{k}} + 1| - |2n_{\mathbf{k}} + 1\rangle\langle 2n_{\mathbf{k}}|) \\ \hat{s}_z(\mathbf{k}) &= \sum_{n=0}^{\infty} (|2n_{\mathbf{k}} + 1\rangle\langle 2n_{\mathbf{k}} + 1| - |2n_{\mathbf{k}}\rangle\langle 2n_{\mathbf{k}}|)\end{aligned}$$

J. Martin and V. Vennin 2017

S.Kanno and J.Soda 2017

$$[\hat{s}_j, \hat{s}_k] = 2i\epsilon_{jkl} \hat{s}_l$$

same algebra as spin ops.

- Bell op. $2\hat{\mathcal{B}}(\mathbf{k}, -\mathbf{k}) = \hat{E}(a, b) + \hat{E}(a, b') + \hat{E}(a', b) - \hat{E}(a', b')$

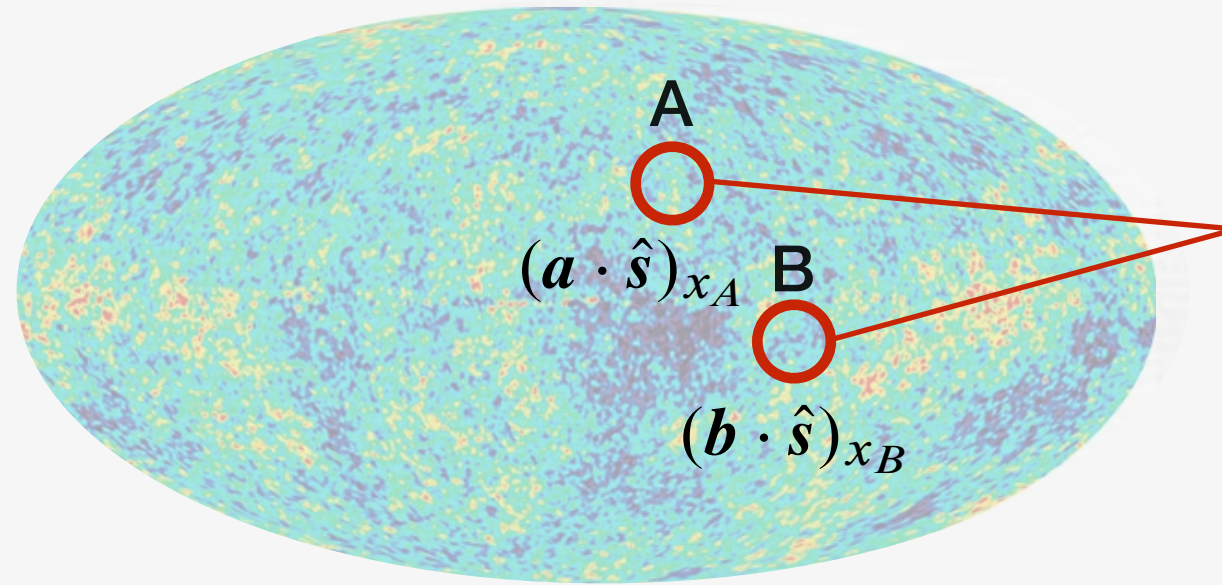
$$\hat{E}(a, b) = \mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{s}}(\mathbf{k}) \otimes \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}(-\mathbf{k})$$

Two-mode squeezed state (Bunch-Davies vacuum)に対して

$$\langle \hat{\mathcal{B}}(\mathbf{k}, -\mathbf{k}) \rangle_{\text{opt}} = \sqrt{1 + \tanh^2(2r_k) \cos^2(2\varphi_k)} > 1$$

violates Bell inequality

- 実空間におけるBell不等式の破れの測定？



相関 $E(a, b) = \langle \mathbf{a} \cdot \hat{\mathbf{s}}_A \otimes \mathbf{b} \cdot \hat{\mathbf{s}}_B \rangle$

問題点, 疑問点

- **Bellの破れ**：演算子の非可換性

$r_k \sim 100$ だと現実問題としてデータから非可換性を識別することが困難.
(宇宙年齢程度の時間が必要)

多体間のBellで改善されるか？

- 実空間, 運動量空間におけるBell不等式の意味の違い？

実空間では2体量子相関は切れている

運動量空間では2体量子相関は切れない (decoherenceを考えなければ)

- 測定の意味：測定は1回のみ(？)

「エルゴート性」の仮定

天球上の異なる点は異なる測定に対応

Back up

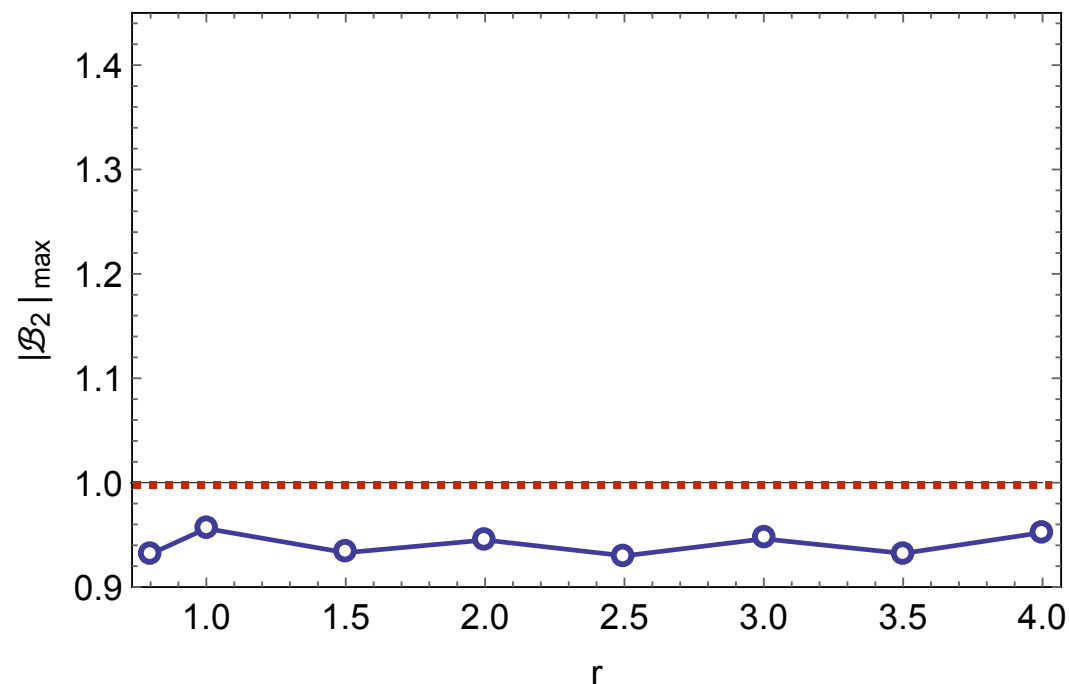
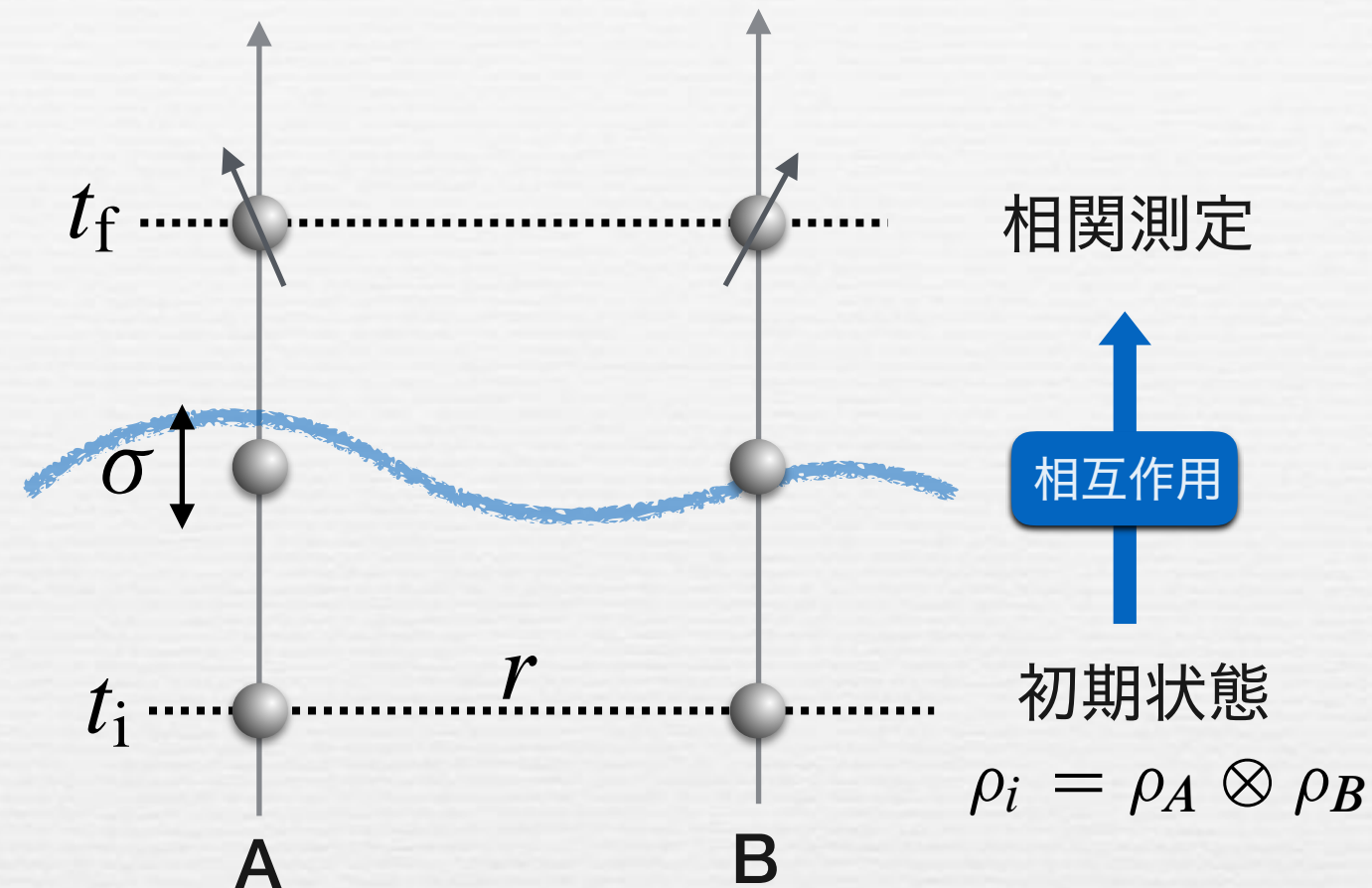
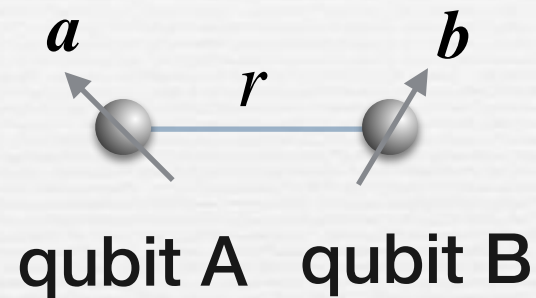
**Test of Bell's Inequality
in Cosmic Inflation**

Test of Bell Inequality: Minkowski Vacuum

State:

$\mathcal{N} \neq 0$ entangled

全ての r でエンタングルしうる

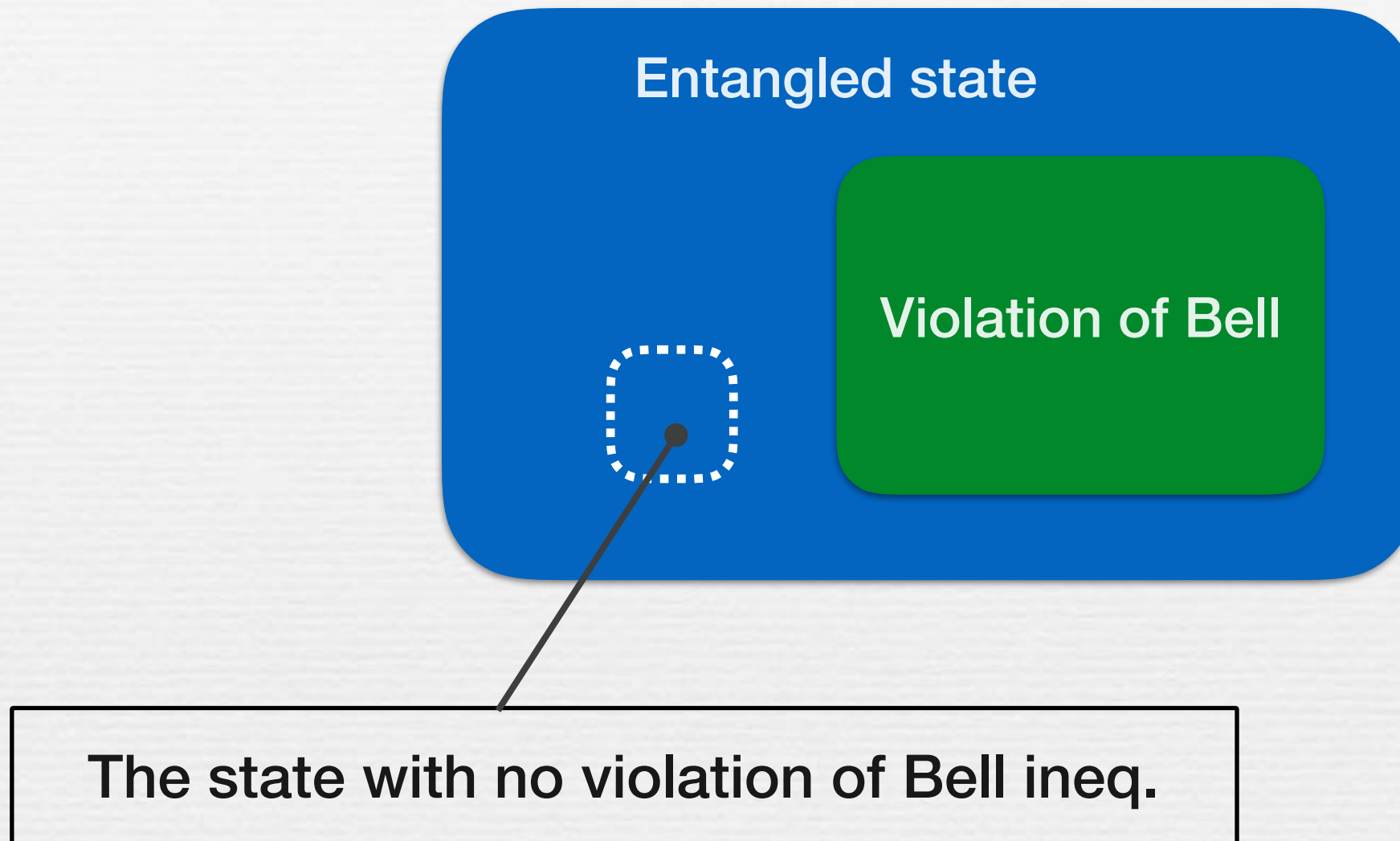


Monte Carlo
5000 samples

Entangleはしている

Bell-CHSH不等式の破れは検出できない

Hidden Non-locality: distillation of entanglement

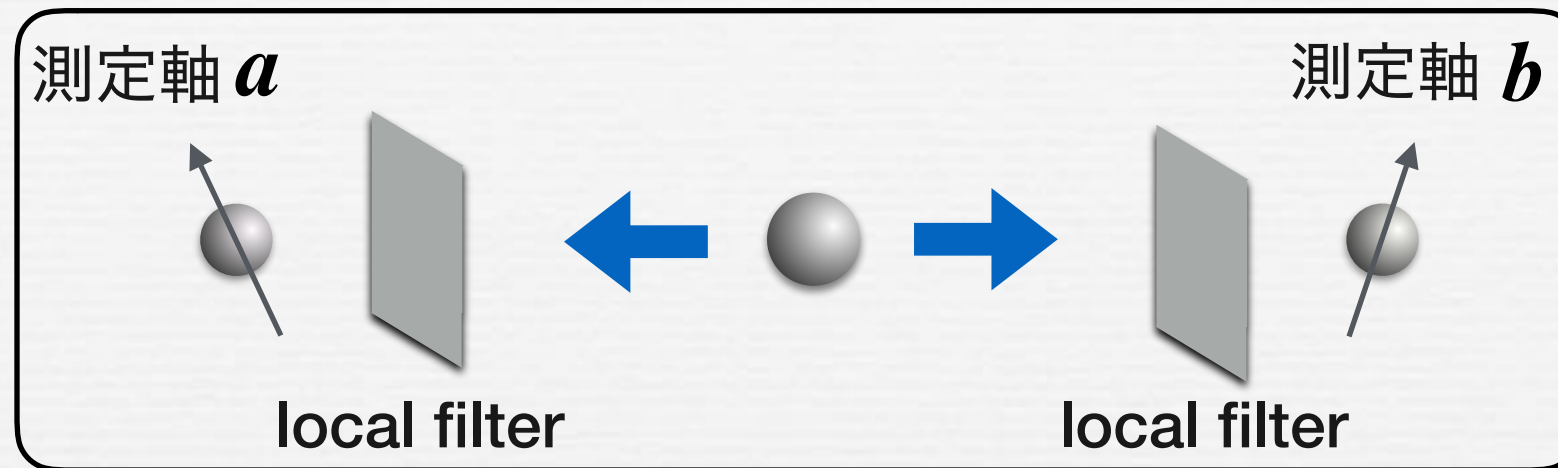


Bell破れが見えてない状態でも、
局所操作後にBell破れが見えることがある

hidden non-locality *N. Gisin 1996*

Detection of hidden non-locality

B.Reznik, A.Retzker and J.Silman 2005



$|0\rangle$ の状態を $|1\rangle$ に比べて η だけ減衰させる

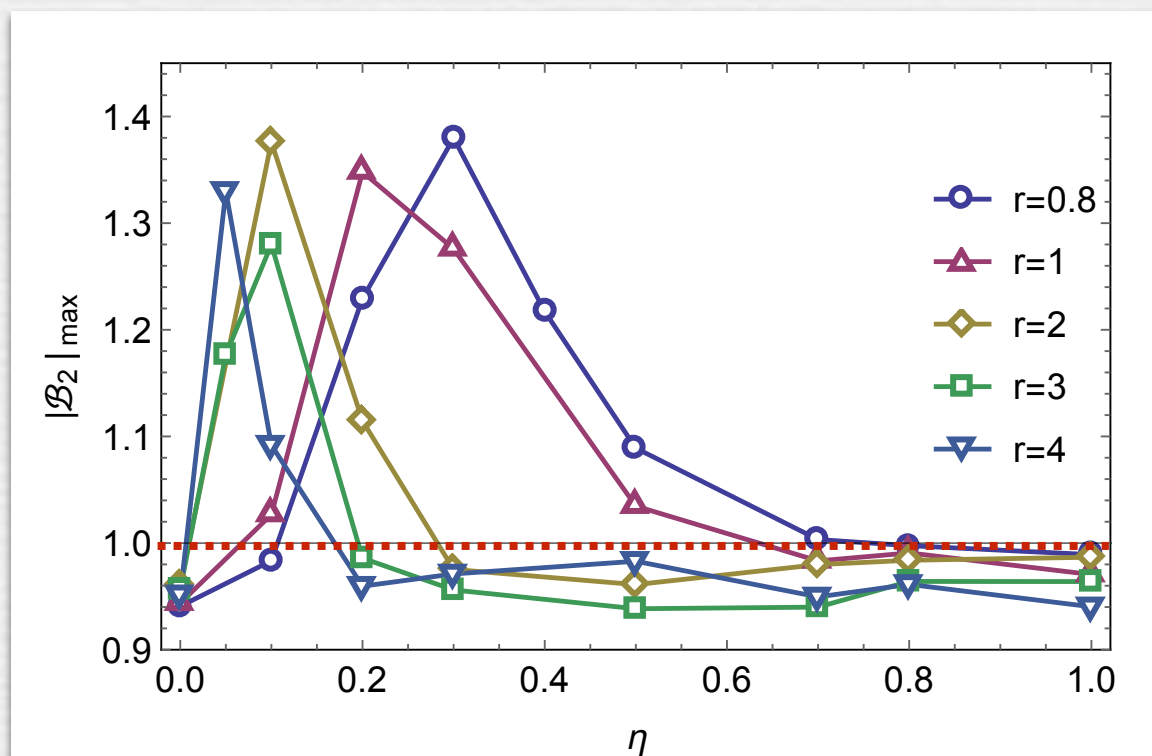
$$\rho' = \frac{\Lambda \rho \Lambda^\dagger}{\text{Tr}(\Lambda \rho \Lambda^\dagger)}$$

post selection of the state

$$\Lambda_{AB} = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta_A \end{pmatrix} \otimes \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \eta_B \end{pmatrix}$$

$$0 \leq \eta_{A,B} \leq 1$$

amplitude damping channel

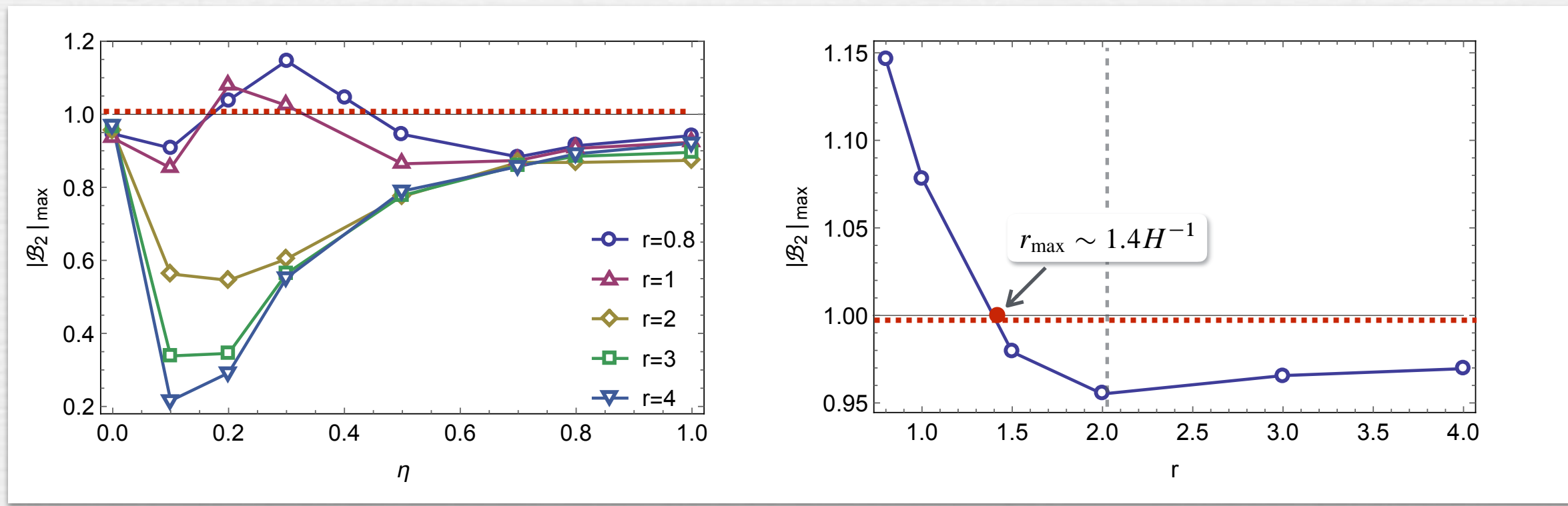
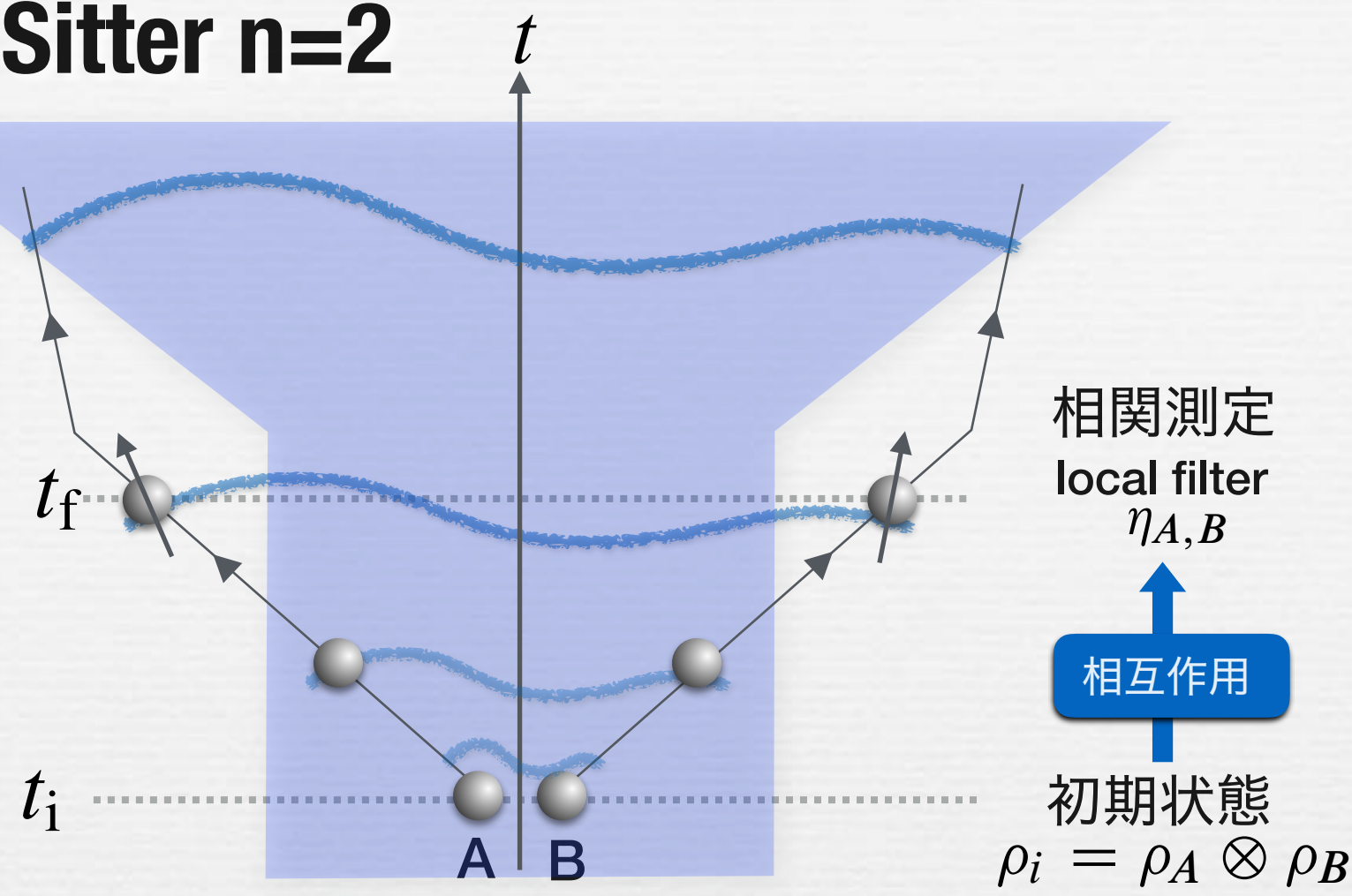
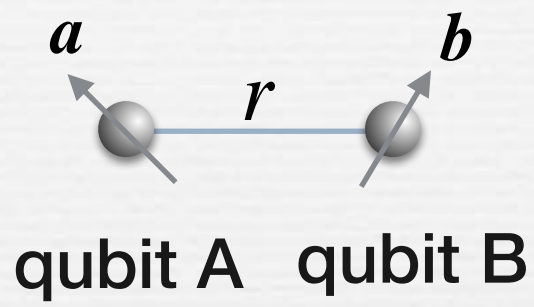


すべての r でBell不等式の破れが見える

局所操作 (local operation)
entanglement distillation の一種

Monte Carlo
5000 samples

Test of Bell Inequality: de Sitter n=2



Bell-CHSHの破れはsuper horizon scaleでは見えない